

1	ΘΕΩΡΙΑ ΥΠΟΔΟΜΗΣ	1-5
1.1	Εισαγωγή	1-5
1.2	Σειρές Fourier	1-5
1.3	Το πεδίο της συχνότητας	1-7
1.4	Φάσμα μιας σειράς δυαδικών δεδομένων βασικής ζώνης	1-10
1.5	Ο μετασχηματισμός Fourier	1-11
1.6	Η διαδικασία της διαμόρφωσης	1-15
1.6.1	Η διαδικασία της μίξης	1-15
1.6.2	Ο διανυσματικός διαμορφωτής	1-16
1.7	Βασική θεωρία πιθανοτήτων και θόρυβος στις επικοινωνίες	1-19
1.7.1	Αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας (cumulative distribution function - cdf)	1-19
1.7.2	Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας	1-20
1.8	Φάσμα θορύβου	1-24
1.9	Ιδιότητες της λογαριθμικής συνάρτησης	1-24
1.10	Ορισμός dB	1-25
1.11	Επανάληψη γραμμικών συστημάτων	1-26
1.11.1	Γραμμικά μη χρονικά μεταβαλλόμενα συστήματα	1-26
1.11.2	Κρουστική απόκριση	1-27
1.11.3	Συνάρτηση μεταφοράς	1-28
2	ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ	2-30
2.1	Παράγοντες που επηρεάζουν τη σχεδίαση συστημάτων	2-31
2.2	Βασικές αρχές της εκπομπής δεδομένων	2-31
2.2.1	Δυαδική σηματοδότηση	2-31
2.2.2	Σηματοδότηση πολλών επιπέδων	2-32
2.2.3	Ο συμβιβασμός μεταξύ εύρους ζώνης και θορύβου	2-33
2.3	Μετάδοση πληροφορίας - ορισμοί	2-34
2.3.1	Πολυεπίπεδη σηματοδότηση	2-34
2.4	Ρυθμός εσφαλμένων bit έναντι ρυθμού εσφαλμένων συμβόλων	2-36
2.4.1	Κωδικοποίηση Gray	2-36
2.5	Εκτίμηση του απαιτούμενου εύρους ζώνης	2-37
2.6	Περιορισμός της χωρητικότητας καναλιού λόγω θορύβου	2-38
2.6.1	Απόδοση ισχύος και εύρους ζώνης	2-39

3	ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΣΤΗ ΒΑΣΙΚΗ ΖΩΝΗ	3-41
3.1	Διασυμβολική παρεμβολή	3-41
3.2	Φίλτρα Nyquist	3-42
3.3	Διαγράμματα οφθαλμού	3-45
3.4	Φίλτρα υψωμένου συνημιτόνου	3-46
3.5	Ανάκτηση χρονισμού συμβόλων	3-49
3.5.1	Κυκλώματα χρονισμού συμβόλων	3-50
3.6	Προσαρμοσμένο φίλτρο	3-51
3.6.1	Δυαδική σηματοδοσία και βέλτιστο όριο ανίχνευσης	3-53
4	ΨΗΦΙΑΚΗ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΔΙΕΛΕΥΣΗΣ ΖΩΝΗΣ	4-59
4.1	Ψηφιακή διαμόρφωση πλάτους (ASK)	4-60
4.1.1	Διαμόρφωση ASK περιορισμένου εύρους ζώνης	4-60
4.1.2	Ασύγχρονη ανίχνευση	4-61
4.1.3	Σύγχρονη ανίχνευση	4-62
4.1.4	Ανάκτηση φορέα στη σύγχρονη ASK	4-63
4.1.5	Σύγκριση ασύγχρονης και σύγχρονης ανίχνευσης	4-65
4.2	Ψηφιακή διαμόρφωση συχνότητας (FSK)	4-67
4.2.1	Δημιουργία της διαμόρφωσης FSK	4-68
4.2.2	Καταλαμβανόμενο εύρος ζώνης στη διαμόρφωση FSK	4-68
4.2.3	Ασύμφωνη ανίχνευση της διαμόρφωσης FSK	4-72
4.2.4	Σύμφωνη ανίχνευση της διαμόρφωσης FSK	4-72
4.2.5	Ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων στη διαμόρφωση FSK	4-73
4.2.6	Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της διαμόρφωσης FSK	4-74
4.3	Ψηφιακή διαμόρφωση φάσης (PSK)	4-75
4.3.1	Δημιουργία της PSK	4-76
4.3.2	Ανίχνευση της διαμόρφωσης PSK	4-77
4.3.3	Ανάκτηση φέροντος για τη σύμφωνη διαμόρφωση PSK	4-78
4.3.4	Διαφορική διαμόρφωση PSK	4-81
4.3.5	Ανάκτηση χρονισμού συμβόλων στη διαμόρφωση PSK	4-82
4.3.6	Διάγραμμα αστερισμού για τη διαμόρφωση PSK	4-83
4.3.7	Ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων στη διαμόρφωση PSK	4-84
4.4	Σύγκριση δυαδικών μεθόδων ψηφιακής διαμόρφωσης	4-85
5	ΨΗΦΙΑΚΗ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ	5-88
5.1	Μ-αδική ψηφιακή διαμόρφωση πλάτους (Μ-αδική ASK)	5-88
5.1.1	Απόδοση της Μ-αδικής ASK	5-89
5.2	Μ-αδική ψηφιακή διαμόρφωση συχνότητας (Μ-αδική FSK)	5-90
5.2.1	Ιδιότητες των ορθογωνικών συμβόλων	5-91
5.2.2	Ανίχνευση της ορθογωνικής διαμόρφωσης FSK	5-93
5.2.3	Ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων στην Μ-αδική FSK	5-94

5.3	Μ-αδική ψηφιακή διαμόρφωση φάσης (Μ-αδική PSK)	5-95
5.3.1	Υλοποίηση της QPSK	5-96
5.3.2	Εφαρμογή της QPSK	5-97
5.3.3	Ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων στην QPSK	5-98
5.3.4	Διαφορική διαμόρφωση QPSK (DQPSK)	5-99
5.3.5	Η διαμόρφωση $\pi/4$ -QPSK	5-100
5.3.6	Η διαμόρφωση O-QPSK	5-101
5.3.7	Το φάσμα της Μ-αδικής διαμόρφωσης PSK	5-102
5.3.8	Απόδοση της Μ-αδικής διαμόρφωσης PSK	5-103
5.4	Συνδυασμένη ψηφιακή διαμόρφωση πλάτους και φάσης QAM	5-104
5.4.1	Δημιουργία της διαμόρφωσης QAM	5-105
5.4.2	Ανίχνευση της διαμόρφωσης QAM	5-106
5.4.3	Ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων στη διαμόρφωση QAM	5-107
5.4.4	Σύγκριση μεταξύ Μ-αδικών QAM και PSK	5-108
5.4.5	Κωδικοποίηση Gray	5-111
5.4.6	Το όριο Shannon	5-112
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ		5-113
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α		5-114

Equation Chapter 1 Section 1

1 ΘΕΩΡΙΑ ΥΠΟΔΟΜΗΣ

1.1 Εισαγωγή

Οι επιδόσεις μιας ψηφιακής επικοινωνιακής ζεύξης περιορίζονται από δυο κεφαλαιώδεις παράγοντες: το εύρος ζώνης και το θόρυβο. Για να καταλάβουμε ακριβώς την αλληλεπίδραση ανάμεσα στο ρυθμό αποστολής δεδομένων ενός συστήματος, στο είδος της διαμόρφωσης, το σχήμα των παλμών και το εύρος ζώνης του καναλιού επικοινωνίας, θα πρέπει να αναφερθούμε στο συχνοτικό περιεχόμενο διαφόρων ειδών χρονικά μεταβαλλόμενων σημάτων. Είναι φανερό ότι το εύρος ζώνης παίζει καθοριστικό ρόλο στη σχεδίαση συστημάτων επικοινωνίας. Επομένως, για να μπορέσουμε να αναλύσουμε και να σχεδιάσουμε διάφορα συστήματα επικοινωνιών είναι απαραίτητο να είμαστε σε θέση να εκτιμήσουμε το συχνοτικό περιεχόμενο διαφόρων ειδών χρονικά μεταβαλλόμενων σημάτων. Τα μαθηματικά εργαλεία που απαιτούνται για τη μετάβαση από το πεδίο του χρόνου σε αυτό της συχνότητας είναι συνηθέστερα η αναπαράσταση με σειρές *Fourier* (για περιοδικά σήματα) και ο μετασχηματισμός *Fourier* (για εν γένει περιοδικά και απεριοδικά σήματα).

1.2 Σειρές Fourier

Σύμφωνα με την θεωρία του Γάλλου μαθηματικού Fourier το συχνοτικό περιεχόμενο μιας περιοδικής συνάρτησης στο πεδίο του χρόνου, δηλαδή μιας συνάρτησης για την οποία ισχύει $x(t) = x(t+T)$, όπου T η περίοδος επανάληψης, μπορεί εκτιμηθεί μέσω του παρακάτω αναπτύγματος:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=0}^{\infty} [a_n \cdot \cos(2\pi n f_0 t) + b_n \cdot \sin(2\pi n f_0 t)] \quad (1.1)$$

όπου $f_0 = \frac{1}{T}$ και οι όροι a_0 , a_n και b_n δίδονται από τις σχέσεις:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{\delta}^{\delta+T} x(t) dt \quad (1.2)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{\delta}^{\delta+T} x(t) \cdot \cos(2\pi n f_0 t) dt \quad (1.3)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{\delta}^{\delta+T} x(t) \cdot \sin(2\pi n f_0 t) dt \quad (1.4)$$

Η συνάρτηση $x(t)$ μπορεί επίσης να εκφραστεί και ως μιγαδικό εκθετικό ανάπτυγμα με την ακόλουθη μορφή:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cdot e^{j2\pi n f_0 t} \quad (1.5)$$

Το μιγαδικό πλάτος c_n που δίδεται από τη σχέση:

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{\delta}^{\delta+T} x(t) \cdot e^{-j2\pi n f_0 t} dt \quad (1.6)$$

σχετίζεται με τους συντελεστές a_n και b_n δια μέσου της σχέσης:

$$c_n = a_n + j b_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} e^{j\theta_n} \quad (1.7)$$

Η γωνία θ_n σχετίζεται με τους συντελεστές a_n και b_n δια μέσου της σχέσης:

$$\theta_n = \tan^{-1}\left(\frac{b_n}{a_n}\right) \quad (1.8)$$

1.3 Το πεδίο της συχνότητας

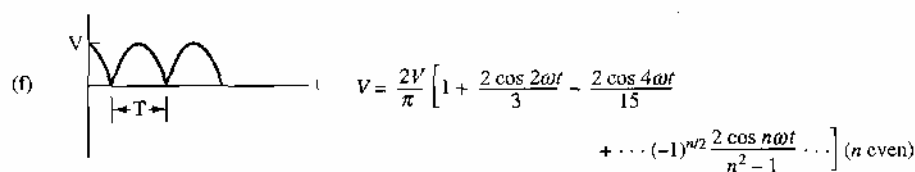
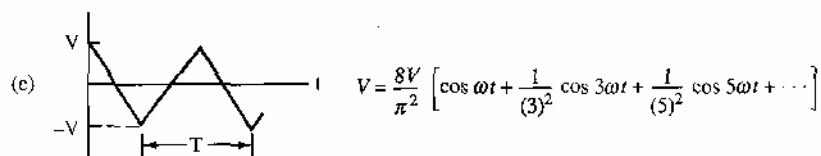
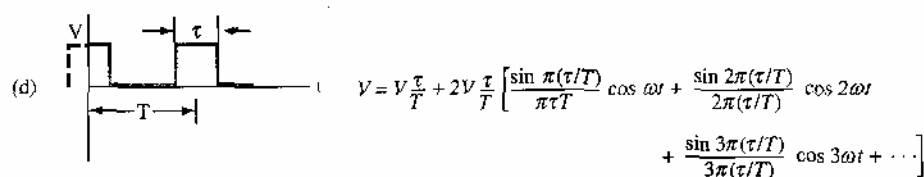
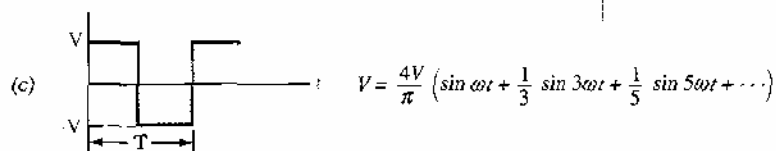
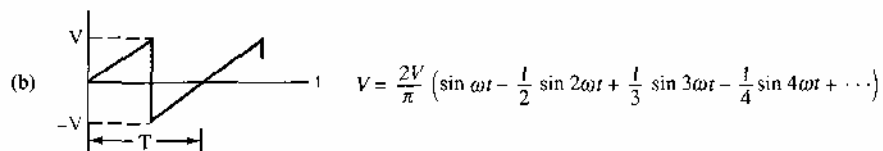
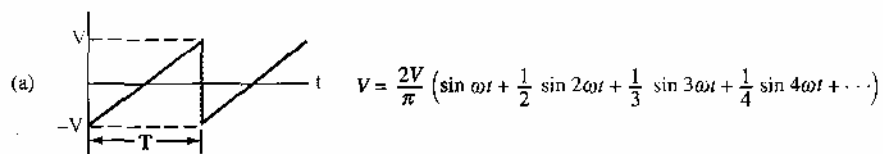
Η αναπαράσταση ενός σήματος στο πεδίο της συχνότητας αποτελεί το **φάσμα (spectrum)** του σήματος. Το φάσμα μιας κυματομορφής αποτελείται από δύο γραφικές παραστάσεις, οι οποίες αφορούν στο πλάτος και στη φάση του υπάρχοντος συχνοτικού περιεχομένου, αντίστοιχα.



Σχήμα 1-1. Τυπικό διάγραμμα για το φάσμα πλάτους σειράς παλμών. Σχεδιασμένη επίσης είναι και η περιβάλλουσα συνάρτηση $\text{sinc}(n\tau/T)$ των πλατιών των συχνοτικών συνιστωσών.

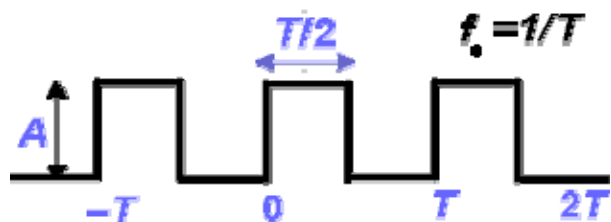
Τα διαγράμματα πλάτους και φάσης του φάσματος προκύπτουν από την κατασκευή της γραφικής παράστασης των $|c_n| = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ και $\theta_n = \tan^{-1}(-b_n/a_n)$ συναρτήσεως της συχνότητας $f=n/T$, αντίστοιχα. Στον άξονα των τετμημένων ευρίσκεται πάντοτε η συχνότητα f ενώ στον άξονα των τεταγμένων το πλάτος ή η φάση των όρων της σειράς Fourier κατά περίπτωση. Το Σχήμα 1-1 απεικονίζει το φάσμα πλάτους μιας σειράς παλμών διάρκειας τ και περιόδου T ($f_0=1/T$), ενώ ο Πίνακας Σφάλμα! **Δεν έχει οριστεί στυλ.-1**

συνοψίζει τους συντελεστές *Fourier* επιλεγμένων περιοδικών κυματομορφών, με $f=1/T$ και $\omega=2\pi f$.



Πίνακας Σφάλμα! Δεν έχει οριστεί στυλ. -1. Ανάλυση κατά *Fourier* επιλεγμένων περιοδικών κυματομορφών.

Παράδειγμα: Σχεδιάστε το φάσμα της παρακάτω κυματομορφής.



Λύση:

Στο πεδίο του χρόνου η κυματομορφή εκφράζεται ως:

$$x(t) = \begin{cases} A & \text{για } -\tau/2 \leq t \leq \tau/2 \\ 0 & \text{για } \tau/2 < t < T \end{cases}$$

Έτσι,

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\tau/2}^{T-\tau/2} x(t) \cdot dt = \int_{-\tau/2}^{+\tau/2} A \cdot dt = \frac{A \cdot \tau}{T}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\tau/2}^{T-\tau/2} x(t) \cdot \cos(2\pi n f_0 t) \cdot dt = \frac{2A}{2\pi T n f_0} \int_{-\tau/2}^{+\tau/2} \cos(2\pi f_0 n t) \cdot dt =$$

$$= \frac{A}{n\pi f_0 T} \cdot \sin(2\pi f_0 n t) \Big|_{t=-\tau/2}^{t=\tau/2} = \frac{A}{n\pi} \left[\sin\left(2\pi n f_0 \cdot \frac{\tau}{2}\right) - \sin\left(2\pi n f_0 \cdot \frac{-\tau}{2}\right) \right] =$$

$$= \frac{2A}{n\pi} \sin\left(2n\pi \frac{1}{T} \cdot \frac{\tau}{2}\right) = \frac{2A\tau}{T} \frac{\sin(n\pi\tau/T)}{(n\pi\tau/T)}.$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\tau/2}^{+\tau/2} A \cdot \sin(n\omega_0 t) \cdot dt = \frac{2}{T} \int_{-\tau/2}^{+\tau/2} \frac{A \cdot \sin(2\pi n f_0 t) \cdot d(2\pi n f_0 t)}{2\pi n f_0} = \frac{A}{\pi n} \left[-\cos(2\pi n f_0 t) \right]_{-\tau/2}^{+\tau/2} =$$

$$= \frac{A}{\pi n} \left[-\cos\left(\frac{\pi n \tau}{T}\right) + \cos\left(-\frac{\pi n \tau}{T}\right) \right] = 0$$

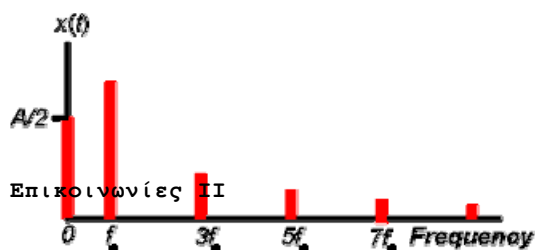
Επομένως, το πλήρες ανάπτυγμα *Fourier* έχει ως εξής:

$$x(t) = \frac{A\tau}{T} + \sum_{n=1,3,5,K} \frac{2A\tau}{T} \cdot \frac{\sin(n\pi\tau/T)}{(n\pi\tau/T)} \cdot \cos(2n\pi f_0 t).$$

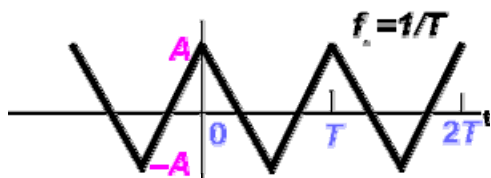
Για την ειδική περίπτωση όπου $\tau=T/2$ έχουμε:

$$a_0 = \frac{A}{2}, \quad a_n = \frac{A}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right), \quad x(t) = \frac{A}{2} + \sum_{n=1,3,5,K} \frac{2A}{n\pi} \cdot \cos(2n\pi f_0 t)$$

με το ακόλουθο διάγραμμα πλάτους φάσματος:



Παράδειγμα: Προσδιορίστε το ανάπτυγμα Fourier της κυματομορφής πριονωτής τάσης.



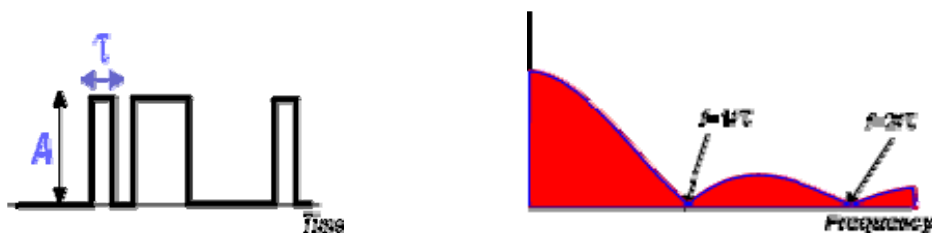
Απάντηση:

$$x(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{8A}{n^2\pi} \cos(2\pi n f_0 t)$$

Άσκηση: Προσδιορίστε το ανάπτυγμα *Fourier* του διπολικού τετραγωνικού παλμού με μέγιστη και ελάχιστη τάση A και $-A$. (Υπόδειξη: Η dc συνιστώσα είναι προφανώς μηδέν).

1.4 Φάσμα μιας σειράς δυαδικών δεδομένων βασικής ζώνης

Το φάσμα μιας τυχαίας σειράς δεδομένων μπορεί να προσδιοριστεί εάν απλά υπερθέσουμε τα στιγμιαία φάσματα του κάθε παλμού. Με αυτόν τον τρόπο γνωρίζουμε ότι το συνολικό φάσμα θα περιορίζεται από τη περιβάλλουσα συνάρτηση sinc και ότι σε κάθε χρονική στιγμή η θέση και πυκνότητα των συχνοτικών συνιστωσών θα εξαρτάται από τη συγκεκριμένη μορφή που έχουν τα bit δεδομένων εκείνη τη στιγμή. (Μια μετατόπιση στο πεδίο του χρόνου αντιστοιχεί σε μια ολίσθηση φάσης στο πεδίο της συχνότητας.)



«Λειαίνοντας» τη μορφή των παλμών δεδομένων, έτσι ώστε να έχουν ομαλές ακμές, αναμένουμε να ελαττωθεί σημαντικά το υψηλό φασματικό περιεχόμενο της κυματομορφής, π.χ.



Μία μέθοδος που χρησιμοποιείται συχνά για τη μορφοποίηση του σχήματος των παλμών είναι η διαβίβαση της παλμοσειράς σε ένα χαμηλοπερατό φίλτρο, το οποίο έχει **απόκριση συχνότητας υψωμένου συνημιτόνου (raised cosine frequency response)**.

Για τον προσδιορισμό του πλάτους των συχνοτικών συστατικών που συγκροτούν το ανάπτυγμα σε σειρά *Fourier* είναι σημαντικό όχι μόνο το σχήμα της κυματομορφής αλλά και το εύρος των παλμών δεδομένων.

1.5 Ο μετασχηματισμός Fourier

Στην γενικότερη των περιπτώσεων οι κυματομορφές δεν είναι περιοδικές. Ο τρόπος με τον οποίο μπορούμε να εκτιμήσουμε το συχνοτικό περιεχόμενο μιας τέτοιας κυματομορφής $x(t)$ είναι μέσω του *μετασχηματισμού Fourier*, ο οποίος ορίζεται ως εξής:

$$F\{x(t)\} = X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt = |X(f)| \cdot e^{j\theta(f)} \quad (1.9)$$

ενώ με την βοήθεια του αντίστροφου μετασχηματισμού *Fourier*, που ορίζεται ως:

$$x(t) = F^{-1}\{X(f)\} = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \cdot e^{j2\pi ft} df \quad (1.10)$$

καθίσταται δυνατή η αναπαραγωγή της αρχικής κυματομορφής στο πεδίο του χρόνου.

Παράδειγμα: Να βρεθεί ο μετασχηματισμός *Fourier* ενός τετραγωνικού παλμού $\Pi(t|\tau)$ πλάτους A και διάρκειας τ :

$$\Pi(t|\tau) = \begin{cases} A & \text{για } |t| \leq \tau/2 \\ 0 & \text{για } |t| > \tau/2 \end{cases}.$$

Λύση:

$$\begin{aligned} F\{\Pi(t)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt = A \int_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{-j2\pi ft} dt = A \left(\frac{e^{-j2\pi ft}}{-j2\pi f} \right) \Big|_{t=-\tau/2}^{\tau/2} = \\ &= -A \cdot \left[\frac{e^{-j\pi f\tau}}{j2\pi f} + \frac{e^{j\pi f\tau}}{j2\pi f} \right] = -\frac{A}{j2\pi f} \cdot [e^{-j\pi f\tau} - e^{j\pi f\tau}] = \\ &= -\frac{A}{j2\pi f} \cdot (\cos(\pi f\tau) - j\sin(\pi f\tau) - \cos(\pi f\tau) - j\sin(\pi f\tau)) = \\ &= -\frac{A}{j2\pi f} \cdot (-j2\sin(\pi f\tau)) = A\tau \cdot \frac{\sin(\pi f\tau)}{\pi f\tau} = A\tau \cdot \text{sinc}(\pi f\tau) \end{aligned}$$

Μερικές χρήσιμες ιδιότητες του μετασχηματισμού *Fourier* συνοψίζει ο Πίνακας Σφάλμα! Δεν έχει οριστεί στυλ.-2.

	Πεδίο του Πεδίο της συχνότητας
	χρόνου

Χρονική καθυστέρηση	$x(t-t_0)$	$X(f) \cdot e^{-j2\pi f t_0}$
Συζυγής συνάρτηση	$x^*(t)$	$X^*(-f)$
Κλιμάκωση χρόνου - συχνότητας	$x(t/\tau)$	$\tau X(2\pi f\tau)$
Μετατόπιση συχνότητας	$x(t) \cdot e^{j2\pi f_c T}$	$X(f-f_c)$

Πίνακας Σφάλμα! Δεν έχει οριστεί στυλ.-2. Χρήσιμες ιδιότητες του μετασχηματισμού *Fourier*.

Ο Πίνακας Σφάλμα! **Δεν έχει οριστεί στυλ.-3** περιέχει μερικά βασικά ζεύγη μετασχηματισμών *Fourier* που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση συστημάτων επικοινωνίας.

Συνάρτηση	Πεδίο του χρόνου	Πεδίο της συχνότητας
Σταθερά	1	$\delta(f)$
Κρουστικός παλμός	$\delta(t-t_0)$	$e^{-j2\pi f t_0}$
Τετραγωνικός παλμός	$V, t \leq \tau$ $0, t > \tau$	$V\tau \cdot \frac{\sin(\pi f\tau)}{\pi f\tau}$
Τριγωνικός παλμός	$V(1-t/\tau), t \leq \tau$ $0, t > \tau$	$V\tau \cdot \left(\frac{\sin(\pi f\tau)}{\pi f\tau}\right)^2$
Συνημιτονικός παλμός	$V \cos(\pi t/\tau), t \leq \tau/2$ $0, t > \tau/2$	$\frac{2V\tau}{\pi} \cdot \frac{\cos(\pi f\tau)}{1-(2f\tau)^2}$
Παλμός υψωμένου συνημιτόνου	$\frac{V}{2} [1 + \cos(\pi t/\tau)], t \leq \tau$ $0, t > \tau$	$\frac{V}{2\pi} \cdot \frac{\sin(2\pi f\tau)}{f [1-(2f\tau)^2]}$
Παλμός σχήματος κανονικής κατανομής	$V \cdot e^{-t^2/2\tau^2}$	$\sqrt{2\pi} V\tau e^{-(2\pi f\tau)^2/2}$
Παλμός sinc ανοίγματος T	$V \cdot \frac{\sin(2\pi t/T)}{2\pi t/T}$	$VT, f \leq 1/T$ $0, f > 1/T$

Συνημίτονο	$\cos(\omega_c t + \phi)$	$\frac{1}{2} [e^{j\phi} \delta(f - f_c) + e^{-j\phi} \delta(f + f_c)]$
Σειρά κρουστικών παλμών	$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - mT)$	$\frac{1}{T} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T}\right)$

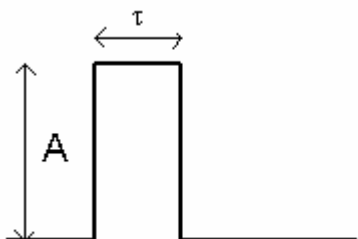
Πίνακας Σφάλμα! Δεν έχει οριστεί στυλ.-3. Ζεύγη μετασχηματισμών *Fourier* για συνήθεις κυματομορφές.

Παράδειγμα: Κάνοντας χρήση του αποτελέσματος που ευρέθη για το μετασχηματισμό *Fourier* του βηματικού παλμού, προσδιορίστε το μετασχηματισμό *Fourier* της συνάρτησης *dirac* (δέλτα).

Λύση: Η συνάρτηση *dirac* στη χρονική στιγμή t_0 ορίζεται ως

$$\int_{t_0^-}^{t_0^+} \delta(t - t_0) dt = 1 \text{ και μπορεί να θεωρηθεί ότι προκύπτει ως το όριο}$$

του βηματικού παλμού $\delta(t - t_0) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \{\Pi(t - t_0 | \tau)\}$, υποδηλώνοντας ότι το εμβαδόν της επιφάνειας του παλμού είναι ίσο με 1, δηλαδή $A\tau = 1$.



Όπως είδαμε στο προηγούμενο παράδειγμα, ο μετασχηματισμός *Fourier* ενός ορθογωνικού παλμού πλάτους A και διάρκειας τ δίδεται από τις σχέσεις:

$$F\{\Pi(t | \tau)\} = A\tau \cdot \text{sinc}(\pi f \tau), \quad F\{\Pi(t - t_0 | \tau)\} = A\tau \cdot \text{sinc}(\pi f \tau) \cdot e^{-j2\pi f t_0}$$

και επομένως

$$\begin{aligned} F\{\delta(t - t_0)\} &= F\left\{\lim_{\tau \rightarrow 0} \{\Pi(t - t_0 | \tau)\}\right\} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \{A \cdot \tau \cdot \text{sinc}(\pi f \tau) \cdot e^{-j2\pi f t_0}\} = \\ &= \lim_{\tau \rightarrow 0} \{A\tau\} \cdot \lim_{\tau \rightarrow 0} \{\text{sinc}(\pi f \tau)\} \cdot e^{-j2\pi f t_0} = 1 \cdot 1 \cdot e^{-j2\pi f t_0} = e^{-j2\pi f t_0} \end{aligned}$$

Εναλλακτικά, θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε τον ορισμό:

$$F\{\delta(t-t_0)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0) \cdot e^{-j2\pi ft_0} dt = \int_{t_0^-}^{t_0^+} \delta(t-t_0) \cdot e^{-j2\pi ft_0} dt = e^{-j2\pi ft_0}$$

κάνοντας χρήση της ιδιότητας¹ της συνάρτησης *dirac*

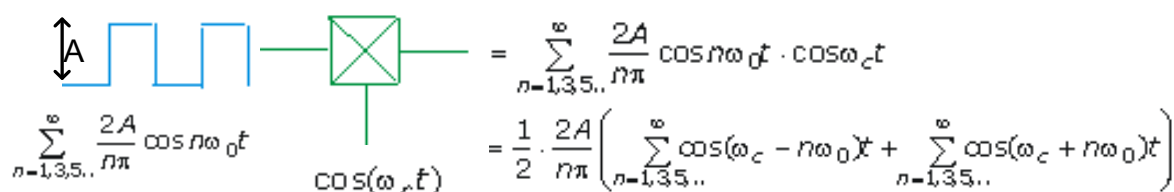
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)x(t) dt = x(t_0) .$$

1.6 Η διαδικασία της διαμόρφωσης

Για να μετατοπίσουμε το φάσμα του σήματος εισόδου έτσι ώστε να εμπίπτει στην επιτρεπτή περιοχή διέλευσης του καναλιού πραγματοποιούμε μια διαδικασία διαμόρφωσης. Αυτή η διαδικασία περιλαμβάνει συχνά τη μίξη του σήματος εισόδου με ένα άλλο ημιτονικό ή συνημιτονικό σήμα υψηλότερης συχνότητας, που ονομάζεται **φορέας (carrier)** ή φέρουσα κυματομορφή.

1.6.1 Η διαδικασία της μίξης

Η διαμόρφωση μπορεί απλά να προκύψει από τη μίξη (πολλαπλασιασμό) της κυματομορφής βασικής ζώνης με το φορέα, όπως απεικονίζεται σχηματικά παρακάτω:



$$\sum_{n=1,3,5..}^{\infty} \frac{2A}{n\pi} \cos n\omega_0 t \quad \times \quad \cos(\omega_c t) = \sum_{n=1,3,5..}^{\infty} \frac{2A}{n\pi} \cos n\omega_0 t \cdot \cos \omega_c t$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2A}{n\pi} \left(\sum_{n=1,3,5..}^{\infty} \cos(\omega_c - n\omega_0)t + \sum_{n=1,3,5..}^{\infty} \cos(\omega_c + n\omega_0)t \right)$$

Υποθέτοντας ότι στη είσοδο του μίκτη εφαρμόζεται μια ακολουθία δεδομένων 1,0,1,0,... και χρησιμοποιώντας την τριγωνομετρική

¹ Η ιδιότητα αυτή σε πολλά μαθηματικά εγχειρίδια χρησιμοποιείται για τον ορισμό της συνάρτησης *dirac*.

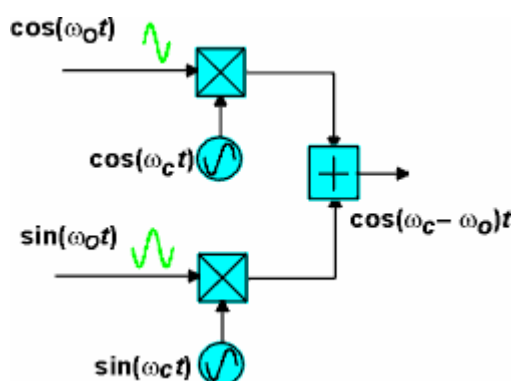
ταυτότητα $\cos A \cdot \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A-B) + \cos(A+B)]$, η έξοδος του μίκτη

$$\gammaίνεται \quad y(t) = \frac{2A}{n\pi} \cdot \left[\frac{1}{2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \cos(2\pi(f_c - nf_0)t) + \frac{1}{2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \cos(2\pi(f_c + nf_0)t) \right].$$

Το φάσμα του διαμορφωμένου σήματος που προκύπτει, είναι κεντραρισμένο στη συχνότητα του φορέα και στη συγκεκριμένη περίπτωση αναπαράγει κατοπτρικά τις φασματικές συνιστώσες του σήματος δεδομένων βασικής ζώνης εκατέρωθεν του φορέα. Επομένως, με τη μέθοδο της μίξης καθίσταται δυνατή η μετατόπιση του φασματικού περιεχομένου του σήματος της πληροφορίας σε οποιαδήποτε συχνότητα επιθυμούμε.

1.6.2 Ο διανυσματικός διαμορφωτής

Για τον πιο αποτελεσματικό έλεγχο του συχνοτικού περιεχομένου του διαμορφωμένου σήματος στα πιο προχωρημένα συστήματα διαμόρφωσης ή όταν η μορφή των δεδομένων προς διαμόρφωση είναι περίπλοκη, χρησιμοποιούνται συνδυασμοί ημιτονικών και συνημιτονικών συνιστωσών του σήματος εισόδου, οι οποίοι εισέρχονται σε μίκτες μαζί με τους αντίστοιχους συνδυασμούς ημιτόνων και συνημιτόνων του φέροντος. Μια τέτοια διάταξη απεικονίζεται παρακάτω και ονομάζεται **διανυσματικός διαμορφωτής (vector modulator)**.



Σχήμα 1-2. Διανυσματικός διαμορφωτής.

Ανάλογα με την πράξη που εκτελείται στην τελευταία βαθμίδα του διανυσματικού διαμορφωτή, δηλαδή άθροιση ή διαφορά της συμφασικής $\cos(\omega_0 t) \cdot \cos(\omega_c t) = 0.5 \cos(\omega_c + \omega_0)t + 0.5 \cos(\omega_c - \omega_0)t$ και της ορθογωνικής συνιστώσας $\sin(\omega_0 t) \cdot \sin(\omega_c t) = -0.5 \cos(\omega_c + \omega_0)t + 0.5 \cos(\omega_c - \omega_0)t$ εξόδου, η έξοδος λαμβάνει τις τιμές $\cos(\omega_c - \omega_0)t$ και $\cos(\omega_c + \omega_0)t$, αντίστοιχα.

Παράδειγμα: Ένας διανυσματικός διαμορφωτής τροφοδοτείται με ένα ημιτονοειδές σήμα τέλειας ορθογωνικότητας στην είσοδο αλλά υπάρχει ένα μικρό σφάλμα στην τάση των 0.1dB μεταξύ των υποτιθέμενων ορθογωνικών εισόδων του φέροντος. Ποιος θα είναι ο λόγος σε dB, των σημάτων άθροισης και διαφοράς στην έξοδο του διαμορφωτή, ως αποτέλεσμα της διαφοράς τάσης που εμφανίζεται στο φορέα;

Απάντηση:

Συμφασική είσοδος	Ορθογωνική είσοδος
$\cos(\omega_0 t)$	$\sin(\omega_0 t)$
$A \cos(\omega_c t)$	$(A+dA) \sin(\omega_c t)$

Εν-φάσει (in-phase) έξοδος: Ορθογωνική (quadrature) έξοδος:

$$A \cos(\omega_c t) \cos(\omega_0 t) = \frac{(A+dA)}{2} [\cos(\omega_c - \omega_0)t - \cos(\omega_c + \omega_0)t]$$

$$\frac{A}{2} [\cos(\omega_c + \omega_0)t + \cos(\omega_c - \omega_0)t]$$

$$20 \log(A+dA) - 20 \log(A) = 0.1 \quad \therefore \quad 20 \log \frac{(A+dA)}{A} = 0.1 \quad \therefore$$

$$\therefore \frac{A+dA}{A} = 1.0115 \quad \therefore dA = 0.011579A.$$

Ο όρος διαφοράς είναι:

$$\begin{aligned} & \frac{A \cos(\omega_c + \omega_o)t}{2} + \frac{A+dA}{2} \cos(\omega_c + \omega_o)t + \frac{A}{2} \cos(\omega_c - \omega_o)t - \frac{A+dA}{2} \cos(\omega_c - \\ & \omega_o)t = A \cos(\omega_c + \omega_o)t + \frac{dA}{2} \cos(\omega_c + \omega_o)t - \frac{dA}{2} \cos(\omega_c - \omega_o)t = \\ & = A \cos(\omega_c + \omega_o)t + \frac{dA}{2} [\cos(\omega_c + \omega_o)t - \cos(\omega_c - \omega_o)t] = \frac{A+dA}{2} \cos(\omega_c + \omega_o)t \\ & - \frac{dA}{2} \cos(\omega_c - \omega_o)t = \frac{A+dA}{2} \cos(\omega_c + \omega_o)t - \frac{dA}{2} \cos(\omega_c - \omega_o)t \end{aligned}$$

ανεπιθύμητος όρος

Ο όρος αθροίσματος είναι:

$$\begin{aligned} & \frac{A}{2} \cos(\omega_c + \omega_o)t + \frac{A}{2} \cos(\omega_c - \omega_o)t + \frac{A}{2} \cos(\omega_c - \omega_o)t + \frac{dA}{2} \cos(\omega_c - \\ & \omega_o)t - \\ & - \frac{A}{2} \cos(\omega_c + \omega_o)t - \frac{dA}{2} \cos(\omega_c + \omega_o)t = A \cos(\omega_c - \omega_o)t + \frac{dA}{2} [\cos(\omega_c - \\ & \omega_o)t - \cos(\omega_c + \omega_o)t] \\ & = \frac{A+dA}{2} \cos(\omega_c - \omega_o)t - \frac{dA}{2} \cos(\omega_c - \omega_o)t \end{aligned}$$

επιθυμητός όρος

Ο λόγος των πλατών του επιθυμητού προς τον ανεπιθύμητο όρο είναι ο εξής:

$$10 \log \frac{A+dA}{2} / \frac{dA}{2} = 10 \log \frac{1+0.011579/2}{0.011579/2} = 22.4 \text{dB}.$$

Παράδειγμα: Ένας διανυσματικός διαμορφωτής τροφοδοτείται με ένα ημιτονοειδές σήμα τέλειας ορθογωνικότητας στην είσοδο αλλά υπάρχει ένα μικρό σφάλμα φάσης 5° μεταξύ των υποτιθέμενων ορθογωνικών εισόδων του φέροντος. Ποιος θα είναι ο λόγος των ισχύων, σε dB, των σημάτων άθροισης και διαφοράς στην έξοδο, ως αποτέλεσμα αυτής της διαφοράς φάσης που εμφανίζεται στο φορέα; **(Απάντηση:** λόγος πλατών (amplitude ratio) $\left| \frac{1+\cos \varphi}{1-\cos \varphi} \right|$, 525:1 ή 27dB).

1.7 Βασική θεωρία πιθανοτήτων και θόρυβος στις επικοινωνίες

Μια συνεχής τυχαία μεταβλητή χ μπορεί πάρει οποιεσδήποτε τιμές σε ένα συγκεκριμένο διάστημα. Η πιθανότητα η τυχαία μεταβλητή χ να λάβει την τιμή χ_i συμβολίζεται ως $P(\chi=\chi_i)$ και είναι γενικά μηδέν, καθότι υπάρχουν άπειρες τιμές τις οποίες μπορεί να λάβει η μεταβλητή χ .

1.7.1 Αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας (cumulative distribution function - cdf)

Έστω ότι η συνάρτηση $P_x(x=x_i)$ εκφράζει την πιθανότητα η τυχαία μεταβλητή x να λάβει την τιμή x_i . Ως αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας ορίζεται η συνάρτηση $F_x(x_i)=P_x(x\leq x_i)$, δηλαδή η πιθανότητα η τυχαία μεταβλητή x να λάβει τιμή μικρότερη ή ίση με την τιμή x_i . Επομένως:

$$F_x(x_i) = \int_{-\infty}^{x_i} P_x(u) du \quad (1.11)$$

και

$$\frac{dF_x(x_i)}{dx} = P_x(x_i) \quad (1.12)$$

Ορισμένες χαρακτηριστικές ιδιότητες της αθροιστικής συνάρτησης πιθανότητας είναι οι ακόλουθες:

- $F_x(x_i) \geq 0$,
- $F_x(\infty) = 1$,

- $F_x(-\infty) = 0,$
- $F_x(x_1) \leq F_x(x_2)$ για $x_1 \leq x_2.$

1.7.2 Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (probability density function - pdf) p ορίζεται από τη σχέση:

$$P_x(x_1 \leq x \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx \quad (1.13)$$

Συνεπώς,

$$P_x(x_1 \leq x \leq x_2) = F_x(x_2) - F_x(x_1) = \int_{-\infty}^{x_2} P_x(u) du - \int_{-\infty}^{x_1} P_x(u) du \quad (1.14)$$

1.7.2.1. Η κανονική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

Η κανονική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δίδεται από τη σχέση:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1.15)$$

όπου

$$\bar{x} = E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot p(x) dx \quad (1.16)$$

είναι η μέση τιμή της κανονικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας,

$$\sigma^2 = \overline{(x-\bar{x})^2} = E[(x-\bar{x})^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\bar{x})^2 \cdot p(x) dx \quad (1.17)$$

σ^2 η διασπορά και σ η τυπική απόκλισή της.

Η αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας της κανονικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας είναι:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{(u-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right] du \quad (1.18)$$

και θέτοντας $z = \frac{u-\bar{x}}{\sigma}$ η σχέση (1.18) γίνεται

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^z e^{-\frac{y^2}{2}} dy = 1 - Q(z) \quad (1.19)$$

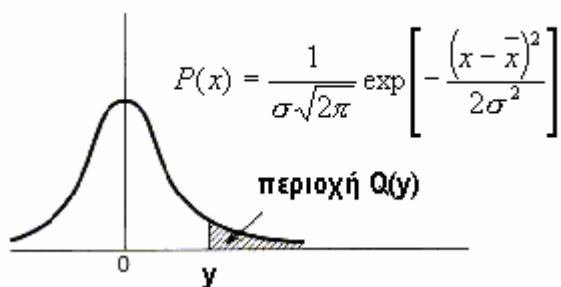
όπου η συνάρτηση $Q(z)$ ορίζεται ως:

$$Q(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_z^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} dy \quad (1.20)$$

έχοντας την ιδιότητα $Q(-z) = 1 - Q(z)$, οπότε προκύπτει:

$$P(x \geq x_i) = Q\left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}\right) \quad (1.21)$$

Εποπτικά, η συνάρτηση Q αντιστοιχεί στο εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας που απεικονίζεται στο Σχήμα 1-3.

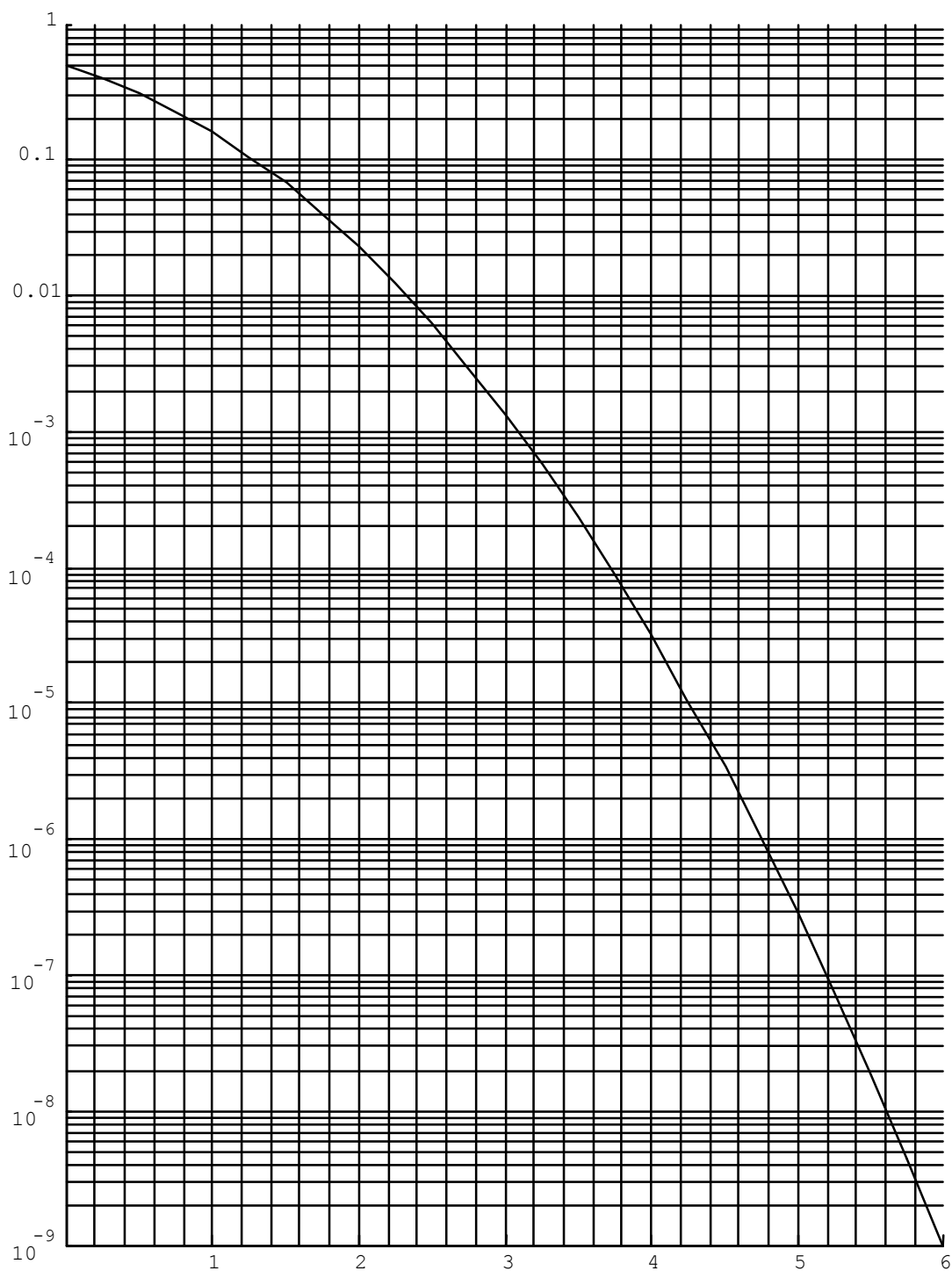


Σχήμα 1-3. Ορισμός της συνάρτησης Q.

Η συνάρτηση Q συνδέεται με την συμπληρωματική συνάρτηση σφάλματος (**complementary error function - erfc**), ως εξής:

$$\text{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{\infty} e^{-y^2} dy = 2Q(\sqrt{2}z) \quad (1.22)$$

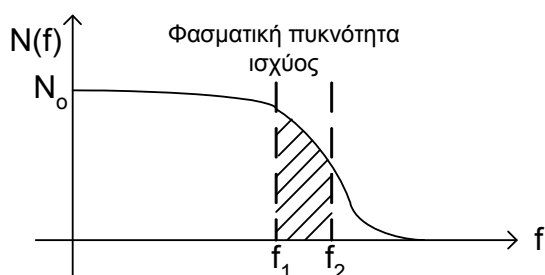
Η γραφική παράσταση της συναρτήσεως $Q(x)$ που εικονίζεται στο Σχήμα 1-4, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για πρακτικούς υπολογισμούς, καθότι η συνάρτηση αυτή δεν μπορεί να εκτιμηθεί με αναλυτικό τρόπο.



Σχήμα 1-4. Γραφική παράσταση της συνάρτησης Q .

1.8 Φάσμα θορύβου

Όπως κάθε σήμα στο πεδίο της συχνότητας, έτσι και ο θόρυβος μπορεί να χαρακτηριστεί από μια φασματική πυκνότητα ισχύος $N(f)$, όπως για παράδειγμα στο Σχήμα 1-5.



Σχήμα 1-5. Φασματική πυκνότητα ισχύος θορύβου.

Αν η φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου είναι σταθερή και ανεξάρτητη της συχνότητας τότε $N(f) = N_0$ Watts/Hz και ο θόρυβος ονομάζεται λευκός. Ο θόρυβος ο οποίος χρησιμοποιείται στην ανάλυση των περισσότερων επικοινωνιακών συστημάτων ακολουθεί την κανονική κατανομή και είναι λευκός, ονομάζεται δε **λευκός προσθετικός γκαουσιανός θόρυβος (Additive White Gaussian Noise - AWGN)**. Η μέση τιμή και η ισχύς του AWGN θορύβου μετρημένη σε μοναδιαία ωμική αντίσταση εντός εύρους ζώνης BW είναι $\bar{x} = 0$ και $P = N_0 \cdot BW = \sigma^2$, αντίστοιχα.

1.9 Ιδιότητες της λογαριθμικής συνάρτησης

Λογάριθμος γινομένου:

$$\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b) \quad (1.23)$$

Λογάριθμος πηλίκου:

$$\log(a/b) = \log(a) - \log(b) \quad (1.24)$$

Αλλαγή βάσης λογαρίθμου:

$$\log_x(A) = \frac{\log_y(A)}{\log_y(x)} \quad (1.25)$$

1.10 Ορισμός dB

Σε πολλές περιπτώσεις στην ανάλυση και σχεδίαση κυκλωμάτων, πομπών, δεκτών, γραμμών μεταφοράς, φίλτρων και άλλων διατάξεων ή ηλεκτρονικών στοιχείων, είναι προτιμότερο να δουλεύουμε τα διάφορα μεγέθη σε λογαριθμική κλίμακα παρά σε γραμμική για δύο κύριους λόγους. Πρώτον διότι η συνάρτηση του λογαρίθμου έχει την ιδιότητα να μετατρέπει την πράξη του πολλαπλασιασμού σε πρόσθεση, και δεύτερον διότι μας επιτρέπει να χειριστούμε μεγάλο εύρος τιμών ενός μεγέθους με ιδιαίτερα συμπαγή τρόπο. Έτσι, προκύπτει ο ακόλουθος ορισμός της ηλεκτρικής ισχύος σε dB.

$$10 \cdot \log_{10} \left(\frac{P}{P_{ref}} \right) = P [dB_{ref}] \quad (1.26)$$

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα η ισχύς P μπορεί να εκφραστεί σε dB σε σχέση με την μονάδα αναφοράς ισχύος P_{ref} . Για παράδειγμα, αν η μονάδα αναφοράς ισχύος είναι το 1mW τότε ισχύς $P=1W=1000mW$, αντιστοιχεί σε 30dBmW. Αν η ισχύς αναφοράς ήταν το 1W, τότε η ισχύς $P=1W$, αντιστοιχεί σε 0dBW.

Στην περίπτωση που θέλουμε να εκφράσουμε τάσεις σε λογαριθμική κλίμακα, έχουμε:

$$20 \cdot \log_{10} \left(\frac{V}{V_{ref}} \right) = V \text{ [dB}_{ref}] \quad (1.27)$$

Για παράδειγμα, αν η μονάδα αναφοράς τάσης είναι το 1μV τότε τάση $V_1=1V=1,000,000\mu V$, αντιστοιχεί σε 120dBμV. Αν η ισχύς αναφοράς ήταν το 1mV, τότε η τάση $V_1=1V=1,000mV$, αντιστοιχεί σε 60dBμV.

Το dB μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για να αποδώσει το συσχετισμό δύο μεγεθών που μετρώνται στις ίδιες μονάδες. Έτσι, για παράδειγμα αν σε ένα συγκεκριμένο σημείο ενός δέκτη η ισχύς του ωφέλιμου σήματος είναι P_S και αυτή του θορύβου P_N , τότε ορίζεται ο λόγος σήματος προς θόρυβο ως εξής:

$$10 \cdot \log_{10} \left(\frac{P_S}{P_N} \right) = \frac{S}{N} = SNR \text{ [dB]} \quad (1.28)$$

Για $P_S=1\mu W$ και $P_N=1pW$, $S/N=60dB$. Αν επιθυμούσαμε να εκφράσουμε το λόγο τάσεων ωφέλιμου σήματος προς την τάση θορύβου, θα χρησιμοποιούσαμε τον ορισμό:

$$20 \cdot \log_{10} \left(\frac{V_S}{V_N} \right) \text{ [dB]} \quad (1.29)$$

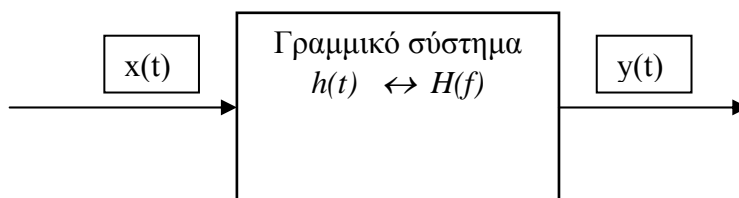
1.11 Επανάληψη γραμμικών συστημάτων

1.11.1 Γραμμικά μη χρονικά μεταβαλλόμενα συστήματα

Ένα σύστημα είναι γραμμικό όταν ισχύει η αρχή της υπέρθεσης, δηλαδή,

$$y(t) = \wp[a_1x_1(t) + a_2x_2(t)] = a_1\wp[x_1(t)] + a_2\wp[x_2(t)] \quad (1.30)$$

όπου $y(t)$ είναι η έξοδος του συστήματος και $x(t)$ είναι η είσοδος, όπως παρουσιάζεται στο σχετικό Σχήμα. Το σύμβολο $\wp[\cdot]$ υποδηλώνει τον γραμμικό (διαφορική εξίσωση) τελεστή που εφαρμόζεται στο $[\cdot]$. Το σύστημα λέγεται μη χρονικά μεταβαλλόμενο εάν, για κάθε καθυστερημένη είσοδο $x(t-t_0)$, η έξοδος καθυστερεί κατά τον ίδιο χρόνο $y(t-t_0)$.



1.11.2 Κρουστική απόκριση

Ένα γραμμικό μη χρονικά μεταβαλλόμενο σύστημα περιγράφεται από γραμμική συνήθη διαφορική εξίσωση με σταθερούς συντελεστές και μπορεί να χαρακτηριστεί από την λεγόμενη κρουστική της απόκριση. Ως κρουστική απόκριση ορίζεται ως η λύση της διαφορικής εξίσωσης όταν η συνάρτηση εξαναγκασμού (forcing function) είναι η συνάρτηση δέλτα του Dirac. Επομένως, $y(t)=h(t)$ όταν $x(t)=\delta(t)$.

Η κρουστική απόκριση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να προσδιοριστεί η έξοδος του συστήματος όταν η είσοδος δεν είναι η συνάρτηση δέλτα. Σε αυτήν την περίπτωση μια γενική κυματομορφή στην είσοδο του συστήματος μπορεί να προσεγγιστεί ως:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n \Delta t) [\delta(t - n \Delta t)] \Delta t \quad (1.31)$$

υποδηλώνοντας ότι δείγματα στην είσοδο λαμβάνονται κατά χρονικά διαστήματα Δt . Στη συνέχεια κάνοντας χρήση των ιδιοτήτων της γραμμικότητας και της μη χρονικής μεταβλητότητας, η έξοδος είναι προσεγγιστικά:

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n \Delta t) [h(t - n \Delta t)] \Delta t \quad (1.32)$$

Στην περίπτωση που $\Delta t \rightarrow 0$, η παραπάνω έκφραση δίδει το ακριβές αποτέλεσμα και θέτοντας $n\Delta t = \tau$, έχουμε:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) [h(t - \tau)] d\tau = x(t) * h(t) \quad (1.33)$$

που αποτελεί ουσιαστικά το ολοκλήρωμα της συνέλιξης της εισόδου με την κρουστική απόκριση.

1.11.3 Συνάρτηση μεταφοράς

Το φάσμα του σήματος εξόδου προκύπτει από την εφαρμογή του μετασχηματισμού Fourier και στα δύο μέλη του ολοκληρώματος της συνέλιξης, δηλαδή:

$$F\{y(t)\} = F\{x(t) * h(t)\} \Rightarrow Y(f) = X(f) \cdot H(f) \quad (1.34)$$

και

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} \quad (1.35)$$

όπου $H(f) = \mathcal{F}\{h(t)\}$ ορίζεται ως η **συνάρτηση μεταφοράς (transfer function)** ή **απόκριση συχνότητας (frequency response)** του συστήματος. Επομένως, η κρουστική απόκριση και η απόκριση συχνότητας αποτελούν ένα ζεύγος μετασχηματισμού Fourier, ήτοι $h(t) \leftrightarrow H(f)$. Στη γενική περίπτωση η συνάρτηση μεταφοράς είναι μιγαδική ποσότητα και μπορεί να γραφεί σε πολική μορφή ως:

$$H(f) = |H(f)| \cdot e^{j\theta(f)} \quad (1.36)$$

όπου $|H(f)|$ είναι η απόκριση πλάτους και

$$\theta(f) = \tan^{-1} \left[\frac{\text{Im}\{H(f)\}}{\text{Re}\{H(f)\}} \right] \quad (1.37)$$

είναι η απόκριση φάσης του συστήματος. Επιπροσθέτως, εφόσον η συνάρτηση $h(t)$ είναι πραγματική συνάρτηση του χρόνου, συνεπάγεται² ότι η $|H(f)|$ είναι άρτια συνάρτηση της συχνότητας και ότι η $\theta(f)$ είναι περιττή συνάρτηση της συχνότητας.

² Από τις ιδιότητες του μετασχηματισμού Fourier.

Equation Chapter 2 Section 2

2 ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

2.1 Παράγοντες που επηρεάζουν τη σχεδίαση συστημάτων

Σε πολλές περιπτώσεις ο μηχανικός γνωρίζει τη βέλτιστη σχεδίαση ενός συστήματος, αλλά μέχρι αυτή να φθάσει στο στάδιο της εφαρμογής και του τελικού προϊόντος θα πρέπει να ληφθούν υπόψη διάφοροι παράγοντες, οι κυριότεροι των οποίων είναι:

- Τεχνολογικοί περιορισμοί (διαθεσιμότητα υλικού και λογισμικού, κατανάλωση ισχύος, μέγεθος συσκευών).
- Κρατικές προδιαγραφές και πρότυπα.
- Εμπορική πραγματικότητα.

2.2 Βασικές αρχές της εκπομπής δεδομένων

Υπάρχουν δύο κύριες μέθοδοι μεταφοράς δεδομένων. Η δυαδική σηματοδοσία και η σηματοδοσία πολλαπλών επιπέδων. Στην πρώτη περίπτωση χρησιμοποιούνται δύο καταστάσεις για να κωδικοποιηθούν τα δυαδικά ψηφία '1' και '0', ενώ στη δεύτερη χρησιμοποιούνται περισσότερες καταστάσεις το πλήθος των οποίων καθορίζεται από τη σχετική δύναμη του 2 για να κωδικοποιηθούν οι αντίστοιχοι συνδυασμοί δυαδικών ψηφίων.

2.2.1 Δυαδική σηματοδοσία

Στην περίπτωση δυαδικής σηματοδοσίας ο ρυθμός μετάδοσης δεδομένων καθορίζεται από το πόσο γρήγορα μπορεί να μεταβληθεί η τάση στο κανάλι ή ισοδύναμα από το εύρος ζώνης του καναλιού επικοινωνίας. (γιατί;) Σηματοδοσία δύο καταστάσεων μπορούμε να έχουμε χρησιμοποιώντας ένα ή περισσότερα παράλληλα καλώδια, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2-1.

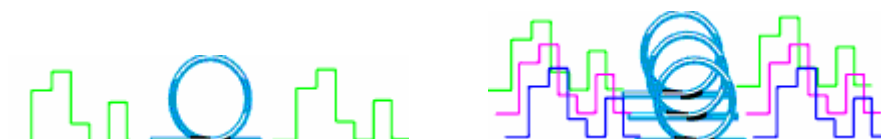


Σχήμα 2-1. Δυαδική σηματοδότηση με ένα και περισσότερα παράλληλα καλώδια.

Χρησιμοποιώντας πολλαπλά παράλληλα καλώδια και διατηρώντας το ίδιο εύρος ζώνης για κάθε καλώδιο, μπορούμε να αυξήσουμε το ρυθμό μετάδοσης πληροφορίας ανάλογα με το πλήθος των καλωδίων. Εναλλακτικά, θα ήταν επίσης εφικτό να διατηρηθεί ο ίδιος ρυθμός μετάδοσης πληροφορίας υποβιβάζοντας το εύρος ζώνης κάθε καλωδίου τόσες φορές όσες και το πλήθος τους.

2.2.2 Σηματοδότηση πολλών επιπέδων

Στην περίπτωση σηματοδότησης πολλών επιπέδων ο ρυθμός μετάδοσης δεδομένων καθορίζεται τόσο από το εύρος ζώνης του καναλιού επικοινωνίας, όσο και από τη στάθμη του θορύβου. (γιατί;) Όπως και στην περίπτωση της δυαδικής σηματοδότησης μπορούν να χρησιμοποιηθούν ένα ή πολλαπλά παράλληλα καλώδια για την αποστολή δεδομένων. Για παράδειγμα στη σηματοδότηση τεσσάρων καταστάσεων $M=2^n$ ($n=2$) μπορούμε να κωδικοποιήσουμε από δύο bit στις τέσσερις προκύπτουσες στάθμες τάσης ('00' στάθμη Α, '01' στάθμη Β, '10' στάθμη Γ, '11' στάθμη Δ).



Σχήμα 2-2. Σηματοδότηση πολλαπλών επιπέδων με ένα ή περισσότερα παράλληλα καλώδια.

Σε σχέση με τη δυαδική σηματοδοσία και με την προϋπόθεση ότι ο ρυθμός αλλαγής των συμβολικών καταστάσεων παραμένει ο ίδιος, παρατηρούμε ότι στον ίδιο χρόνο η τετραδική σηματοδοσία μεταδίδει διπλάσια πληροφορία από η δυαδική. Έτσι για ο ίδιο εύρος ζώνης η τετραδική σηματοδοσία μεταφέρει πληροφορία με διπλάσιο ρυθμό. Γενικεύοντας τη χρήση σηματοδοσίας πολλαπλών επιπέδων κάποιος θα μπορούσε να ισχυριστεί ότι με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να αυξάνουμε απεριόριστα το ρυθμό μετάδοσης πληροφορίας. Από την άλλη πλευρά όμως μειώνεται σημαντικά η αντίσταση του συστήματος στο θόρυβο, καθότι η 'απόσταση' μεταξύ των σταθμών τάσης που αντιστοιχούν σε κάθε συμβολική κατάσταση γίνεται ολοένα και μικρότερη για αυξανόμενο αριθμό καταστάσεων. Επιπροσθέτως, αυξάνεται και η πολυπλοκότητα του δέκτη.

2.2.3 Ο συμβιβασμός μεταξύ εύρους ζώνης και θορύβου

Από την προηγούμενη θεώρηση είναι φανερό ότι ο ρυθμός μεταφοράς δεδομένων σε ένα κανάλι επικοινωνίας επηρεάζεται από:

- Το μέγιστο δυνατό ρυθμό ανίχνευσης αλλαγής της κυματομορφής ή της κατάστασης συμβόλων καταδεικνύοντας το εύρος ζώνης ως περιοριστικό παράγοντα.
- Τη δυνατότητα διάκρισης/διαχωρισμού των διαφορετικών καταστάσεων συμβόλων, καταδεικνύοντας το θόρυβο και την αλλοίωση (απόσβεση, διασπορά φάσης) ως περιοριστικούς παράγοντες.

2.3 Μετάδοση πληροφορίας – ορισμοί

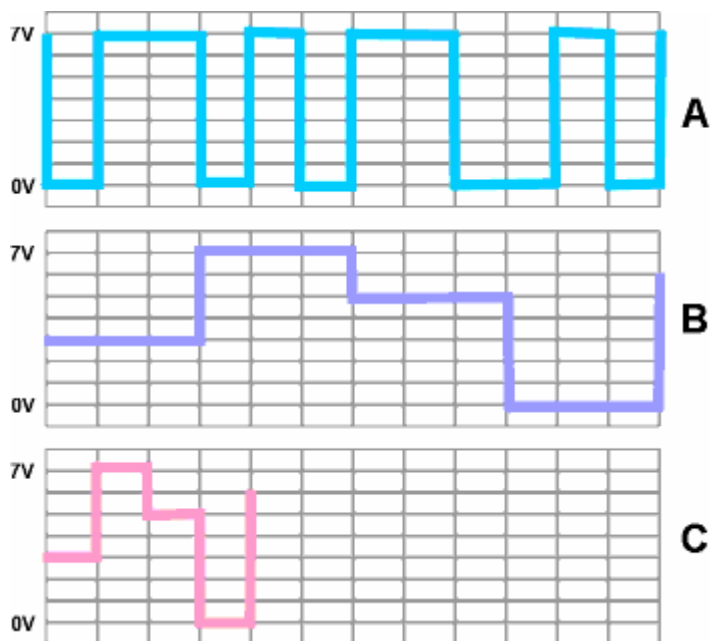
Ρυθμός μεταφοράς πληροφορίας (information transfer rate): ορίζεται ως η ταχύτητα με την οποία μπορεί να αποσταλεί δυαδική πληροφορία (bit) από την πηγή στον προορισμό και μετράται σε [bits/sec].

Ρυθμός μεταφοράς συμβόλων (baud rate): ορίζεται ως ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλονται οι καταστάσεις συμβόλων και μετράται σε [symbols/sec ή baud].

Φασματική απόδοση (bandwidth efficiency): ορίζεται ως το πηλίκο του ρυθμού μετάδοσης πληροφορίας προς το χρησιμοποιούμενο εύρος ζώνης και μετράται σε [bits/sec/Hz]. Η φασματική απόδοση αποτελεί μέτρο του πόσο καλά μια συγκεκριμένη τεχνική διαμόρφωσης (και κωδικοποίησης) εκμεταλλεύεται το διαθέσιμο εύρος ζώνης.

2.3.1 Πολυεπίπεδη σηματοδοσία

Ο αριθμός των καταστάσεων σηματοδοσίας που απαιτείται για να αναπαρασταθεί με μοναδικό τρόπο κάθε σχηματισμός από n bit δίνεται από την σχέση: $M = 2^n$, όπου M είναι ο αριθμός των συμβολικών καταστάσεων. Ένα παράδειγμα υλοποίησης σηματοδοσίας οκτώ επιπέδων (οκταδικής) παρουσιάζεται στο Σχήμα 2-3.



Σχήμα 2-3. Μετατροπή δυαδικής σηματοδοσίας σε οκταδική με παράμετρο το εύρος ζώνης.

Τα πλεονεκτήματα της Μ-αδικής σηματοδοσίας είναι:

- Για δεδομένο ρυθμό μετάδοσης συμβόλων και διαθέσιμο εύρος ζώνης επιτυγχάνεται υψηλότερος ρυθμός μετάδοσης πληροφορίας (περίπτωση C).
- Εναλλακτικά, με τη υιοθέτηση χαμηλότερου ρυθμού μετάδοσης συμβόλων (περίπτωση B), ελαττώνεται η απαίτηση για εύρος ζώνης. (Και στις δύο περιπτώσεις έχουμε αύξηση της φασματικής απόδοσης.)

Τα μειονεκτήματα της Μ-αδικής σηματοδοσίας είναι:

- Η ανοχή της στο θόρυβο και τις παρεμβολές είναι μειωμένη σε σχέση με τη δυαδική σηματοδοσία, καθώς καθίσταται ολοένα και πιο δύσκολο να διακριθούν διαφορετικές συμβολικές καταστάσεις.
- Προϋποθέτει πιο περίπλοκη διαδικασία αναγνώρισης συμβόλων στο δέκτη.

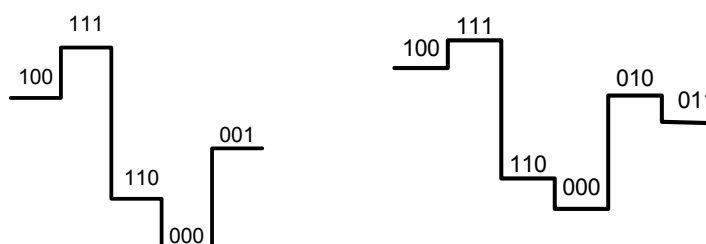
- Επιβάλλει μεγαλύτερες απαιτήσεις για γραμμικότητα ή/και ελαττωμένη αλλοίωση στο υλικό του πομποδέκτη και του καναλιού.

2.4 Ρυθμός εσφαλμένων bit έναντι ρυθμού εσφαλμένων συμβόλων

Σε δυαδικό σύστημα τα σφάλματα bit και συμβόλων ταυτίζονται, επειδή κάθε σύμβολο αντιστοιχεί σε ένα bit. Σε M-δικά συστήματα ($M > 2$) όμως αυτό δεν ισχύει. Στην πράξη μερικά σύμβολα είναι πιο επιρρεπή στην εσφαλμένη ανίχνευση από άλλα, ανάλογα με το πόσο μοιάζουν στα γειτονικά σύμβολα. Η προσεκτική επιλογή της μορφής κάθε συμβόλου μπορεί να βοηθήσει στην ελαχιστοποίηση του αριθμού των εσφαλμένων bit που προκύπτουν σε κάθε εσφαλμένα ανιχνευόμενο σύμβολο.

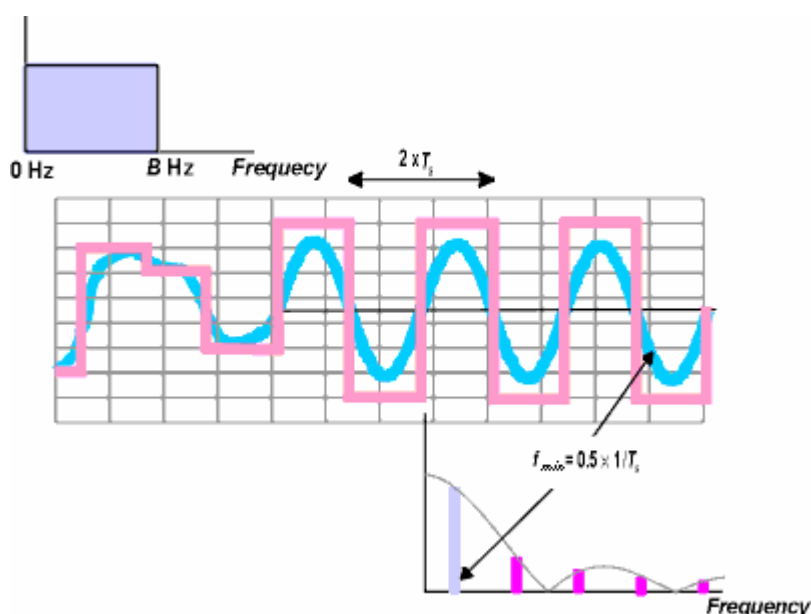
2.4.1 Κωδικοποίηση Gray

Κωδικοποίηση Gray ονομάζεται μία μέθοδος αντιστοίχισης των bit, σύμφωνα με την οποία οι μορφές των διαδοχικών συμβόλων διαφέρουν μόνο κατά ένα bit. Εάν θεωρήσουμε ότι η διαδικασία ανίχνευσης θα ανιχνεύσει εσφαλμένα κάποιο σύμβολο δηλαδή αντί για το γειτονικό το, μπορούμε να συνάγουμε ότι η πιθανότητα εμφάνισης εσφαλμένων bit θα είναι περίπου ίση με την πιθανότητα εμφάνισης εσφαλμένων δια τον αριθμό k των bit που κωδικοποιούνται σε κάθε σύμβολο, δηλαδή $P_E^{Gray} = P_E / k$.



2.5 Εκτίμηση του απαιτούμενου εύρους ζώνης

Προκειμένου να καθορίσουμε το μέγιστο ρυθμό με τον οποίο δεδομένα μπορούν να αποσταλούν σε ένα επικοινωνιακό κανάλι, πρέπει να γνωρίζουμε το μέγιστο αριθμό αλλαγής συμβολικών καταστάσεων που μπορεί να υποστηρίξει το κανάλι συναρτήσει του εύρους ζώνης. Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε την κυματομορφή που απεικονίζεται στο Σχήμα 2-4 και αντιστοιχεί σε σύστημα οκταδικής σηματοδοσίας και ότι το κανάλι επιτρέπει τη διέλευση σημάτων με συχνοτικό περιεχόμενο από 0 Hz έως B Hz.



Σχήμα 2-4. Κυματομορφή οκταδικής σηματοδοσίας και απαιτούμενο εύρος ζώνης.

Εφόσον η ζώνη διέλευσης του καναλιού (channel passband) είναι B Hz θα πρέπει τουλάχιστον η θεμελιώδης συχνότητα της κυματομορφής δεδομένων να εμπίπτει εντός αυτής, και επομένως το ελάχιστο εύρος ζώνης που απαιτείται για εκπομπή απαλλαγμένη από σφάλματα σε ένα κανάλι βασικής ζώνης είναι $B_{\min} = 1/2T_s$, όπου T_s είναι η διάρκεια της συμβολικής κατάστασης. Γνωρίζοντας ότι ο μέγιστος ρυθμός αποστολής (συχνότητα) συμβόλων στο κανάλι είναι $2B$ και ότι ο κάθε σύμβολο μεταφέρει $\log_2 M$ bits,

συμπεραίνουμε ότι η χωρητικότητα ενός καναλιού με ζώνη διέλευσης B Hz είναι:

$$C = 2B \cdot \log_2 M \text{ bits/s} \quad (2.1)$$

2.6 Περιορισμός της χωρητικότητας καναλιού λόγω θορύβου

Καθώς ο αριθμός των συμβολικών καταστάσεων αυξάνει, η ικανότητα του δέκτη να διαχωρίσει μεταξύ αυτών ελαττώνεται με την εμφάνιση θορύβου ή/και παρεμβολών. Επομένως ο λόγος σήματος προς θόρυβο (signal power S to noise power N ratio) παίζει σημαντικό ρόλο στον καθορισμό του αριθμού των συμβολικών καταστάσεων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν ώστε να επιτευχθεί επικοινωνία απαλλαγμένη από σφάλματα. Η συνδυασμένη επίδραση του θορύβου και του εύρους ζώνης στο ρυθμό μετάδοσης δεδομένων σε ένα κανάλι επικοινωνίας συνοψίζεται στην διάσημη πια σχέση των Shannon και Hartley:

$$C = B \cdot \log_2 \left(\frac{S}{N} + 1 \right) \text{ bits/s} \quad (2.2)$$

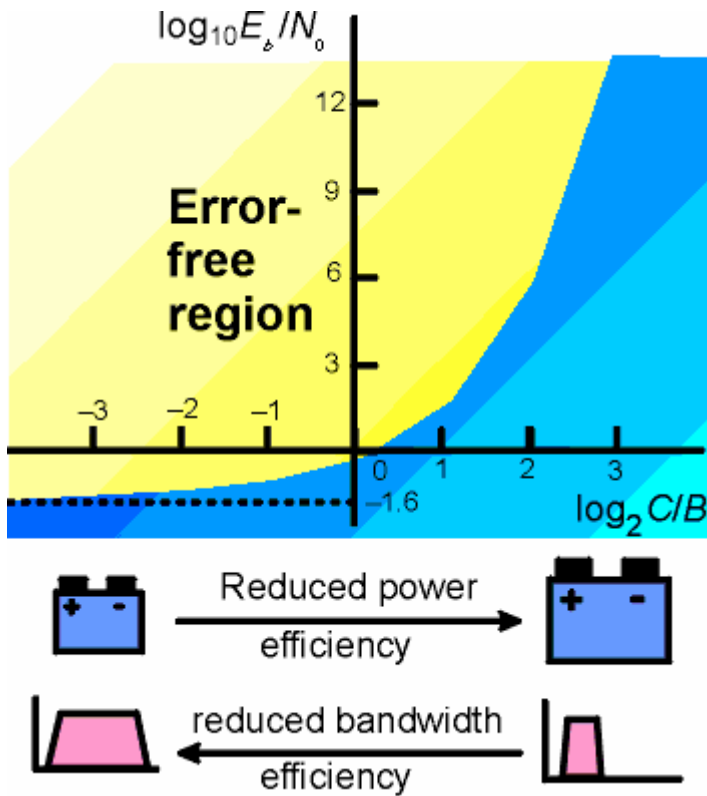
Το θεώρημα των Shannon-Hartley δηλώνει ότι εάν ο ρυθμός μετάδοσης δεδομένων σε ένα κανάλι με εύρος ζώνης B και για δεδομένο λόγο σήματος προς θόρυβο S/N είναι μικρότερος από το προβλεπόμενο όριο χωρητικότητας C , τότε η επικοινωνία είναι απαλλαγμένη από σφάλματα. Η σχέση αυτή μας δίδει τη δυνατότητα να εκτιμήσουμε την εφικτότητα κάθε ψηφιακού συστήματος επικοινωνίας, διότι επιτρέπει άμεσα τον καθορισμό του θεωρητικού άνω ορίου της χωρητικότητας καθότι υποθέτει ότι η επικοινωνιακή ζεύξη είναι πλήρως απαλλαγμένη από αλλοιώσεις και παρεμβολές και υφίσταται μόνο τη επίδραση AWGN θορύβου.

2.6.1 Απόδοση ισχύος και εύρους ζώνης

Σε ένα σύστημα επικοινωνίας η μέση ισχύς σήματος είναι $S=E_b C$, όπου E_b είναι η μέση λαμβανόμενη ενέργεια ανά bit πληροφορίας (J/bit). Επίσης η μέση ισχύς θορύβου είναι $N=N_0 B$, όπου N_0 είναι η πυκνότητα ισχύος του θορύβου (Watts/Hz). Έτσι το θεώρημα Shannon-Hartley μπορεί να γραφεί στη μορφή:

$$\frac{C}{B} = \log_2 \left(\frac{E_b \cdot C}{N_0 \cdot B} + 1 \right) \Rightarrow BE = \log_2 \left(\frac{E_b}{N_0} BE + 1 \right) \text{ bits/s/Hz} \quad (2.3)$$

όπου BE είναι η **φασματική απόδοση** και ο λόγος E_b/N_0 εκφράζει τον ανηγμένο ανά bit πληροφορίας και μονάδα εύρους ζώνης λόγο σήματος προς θόρυβο εκφράζοντας ταυτόχρονα κι ένα μέτρο της **απόδοσης ισχύος** του συστήματος. Το θεώρημα Shannon-Hartley δείχνει καθαρά ότι η φασματική απόδοση μπορεί να ανταλλαγεί με την απόδοση ισχύος και αντίστροφα, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2-5.

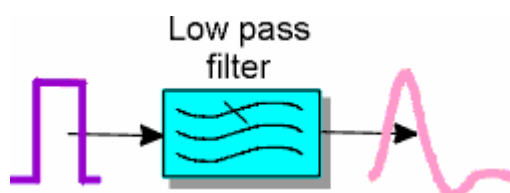


Σχήμα 2-5. Γραφική αναπαράσταση του θεωρήματος των Shannon-Hartley.

Equation Chapter 3 Section 3

3 ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΣΤΗ ΒΑΣΙΚΗ ΖΩΝΗ

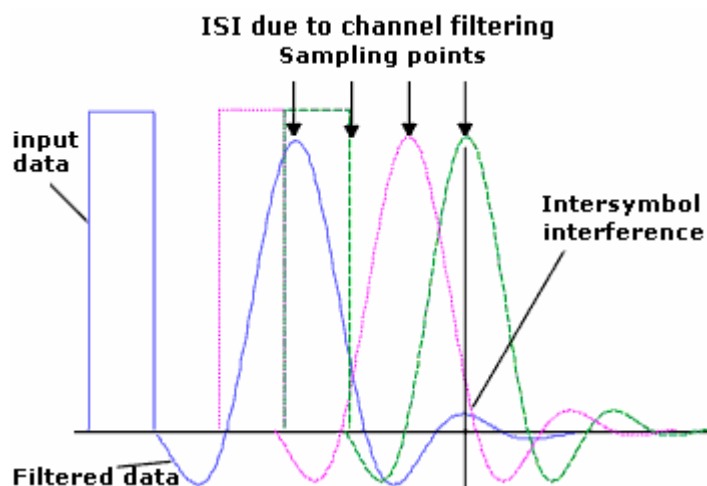
Από την ανάλυση *Fourier* γνωρίζουμε ότι το εύρος ζώνης ενός ιδανικού ορθογωνικού παλμού είναι άπειρο. Καθότι οι διάφορες τηλεπικοινωνιακές διατάξεις όπως και το μέσο μετάδοσης έχουν ένα συγκεκριμένο εύρος ζώνης είναι επόμενο οι ιδανικοί ορθογωνικοί παλμοί να φιλτράρονται καθώς η πληροφορία διαδίδεται από τον πομπό στο δέκτη. Το αποτέλεσμα αυτού του φιλτραρίσματος είναι η διασπορά των συμβόλων που χρησιμοποιούνται για τη μετάδοση δεδομένων, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 3-1.



Σχήμα 3-1. Διέλευση ορθογωνικού παλμού δια μέσου φίλτρου περιορισμένου εύρους ζώνης.

3.1 Διασυμβολική παρεμβολή

Η διασπορά -λόγω του πεπερασμένου εύρους ζώνης είτε του μέσου διάδοσης είτε των διατάξεων του πομπού και του δέκτη- των διαδοχικών συμβόλων έχει ως αποτέλεσμα την επικάλυψη μέρους της ενέργειας του ενός με τα γειτονικά του προκαλώντας έτσι το λεγόμενο πρόβλημα της **διασυμβολικής παρεμβολής (intersymbol interference)**. Το φαινόμενο της διασυμβολικής παρεμβολής παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-2.



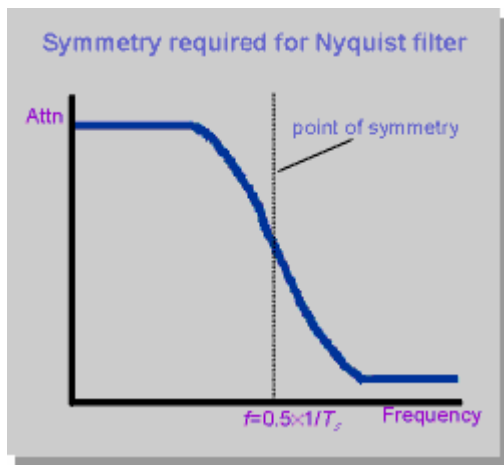
Σχήμα 3-2. Το φαινόμενο της διασυμβολικής παρεμβολής.

Η διασυμβολική παρεμβολή είναι ένα πρόβλημα που είναι σε θέση να υποβαθμίσει σοβαρά την ικανότητα του ανιχνευτή δεδομένων στο δέκτη να διαχωρίσει το τρέχον σύμβολο από τα γειτονικά του λόγω της διασποράς της ενέργειας αυτών. Έτσι, ακόμη και στην περίπτωση που δεν έχουμε θόρυβο σε ένα κανάλι επικοινωνίας, η διασυμβολική παρεμβολή μπορεί να οδηγήσει στην λανθασμένη ανίχνευση συμβόλων, έχοντας ως αποτέλεσμα τον **αναπόφευκτο ρυθμό σφαλμάτων (irreducible error rate)**.

3.2 Φίλτρα Nyquist

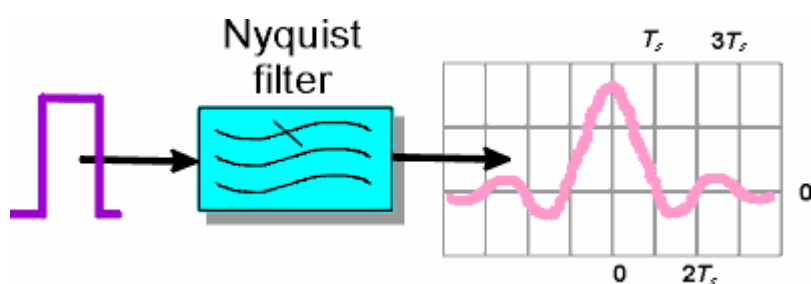
Το φαινόμενο της διασυμβολικής παρεμβολής είναι δυνατόν να περιοριστεί σε τέτοιο βαθμό, ώστε να μην υποβαθμίζει την ποιότητα της ζεύξης αναφορικά στον παρατηρούμενο ρυθμό εμφάνισης σφαλμάτων. Αποδεικνύεται ότι εάν η συνάρτηση μεταφοράς του καναλιού επικοινωνίας (συμπεριλαμβανομένου του πομπού, μέσου μετάδοσης και δέκτη) είναι σύμφωνη κατά το κριτήριο Nyquist, τότε η διασυμβολική παρεμβολή μηδενίζεται.

Η χαρακτηριστική ιδιότητα της συνάρτησης μεταφοράς κατά Nyquist είναι ότι η ζώνη μετάβασης μεταξύ των ζωνών διέλευσης και αποκοπής είναι συμμετρική περί την συχνότητα $f_s=1/2T_s$ (Σχήμα 3-3).



Σχήμα 3-3. Συνάρτηση μεταφοράς κατά το κριτήριο Nyquist.

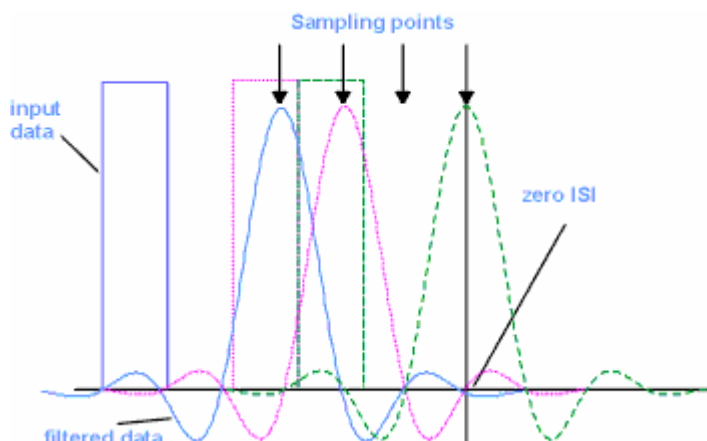
Σε ένα κανάλι με συνάρτηση μεταφοράς Nyquist, τα σύμβολα εξακολουθούν να εμφανίζουν διασπορά, αλλά η κυματομορφή τους έχει την ιδιότητα να περνά από το μηδέν σε χρονικές στιγμές που είναι πολλαπλάσια της διάρκειας του συμβόλου (Σχήμα 3-4).



Σχήμα 3-4. Διέλευση ορθογωνικού παλμού δια φίλτρου Nyquist.

Διενεργώντας τη διαδικασία της δειγματοληψίας των δεδομένων τις χρονικές εκείνες στιγμές που η διασυμβολική παρεμβολή διέρχεται δια του μηδενός, η ενέργεια διασποράς των γειτονικών συμβόλων δεν επηρεάζει την τιμή του τρέχοντος συμβόλου τη

στιγμή της δειγματοληψίας (Σχήμα 3-5). Είναι όμως ευνόητο ότι προκειμένου να περιοριστεί κατά το δυνατόν αποτελεσματικότερα το πρόβλημα της διασυμβολικής παρεμβολής απαιτείται πολύ ακριβής χρονισμός δειγματοληψίας στο δέκτη.

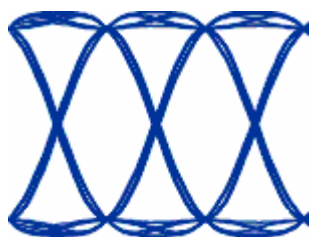


Σχήμα 3-5. Επίτευξη μηδενικής διασυμβολικής παρεμβολής με φίλτρο Nyquist.

Σε πρακτικά συστήματα επικοινωνιών, όπως για παράδειγμα σε ένα κλασσικό τηλεφωνικό κανάλι, η επίτευξη συνάρτησης μεταφοράς κατά Nyquist είναι αρκετά δύσκολη. Παρά το γεγονός ότι το τηλεφωνικό modem μπορεί να έχει σχεδιαστεί έτσι ώστε να επιτυγχάνεται μηδενική διασυμβολική παρεμβολή, η γραμμή μεταφοράς μπορεί να εισάγει σημαντική αλλοίωση καταργώντας την όποια προσεκτική προσπάθεια σχεδίασης. Γι αυτό το λόγο χρησιμοποιούνται **προσαρμοζόμενοι ισοσταθμητές (adaptive equalizers)** ώστε να εξομαλύνουν την συνάρτηση μεταφοράς του καναλιού και να επιτυγχάνεται συνάρτηση μεταφοράς κατά Nyquist. Τα περισσότερα τηλεφωνικά modem σήμερα λειτουργούν σε ταχύτητες μεγαλύτερες των 9.6kbps και χρησιμοποιούν προσαρμοζόμενους ισοσταθμητές που αποστέλλουν εκπαιδευτικές ακολουθίες κατά τη διάρκεια της σηματοδοσίας πριν την έναρξη της συνομιλίας ή της αποστολής δεδομένων, για να καθορίσουν την μη ιδανική απόκριση του καναλιού.

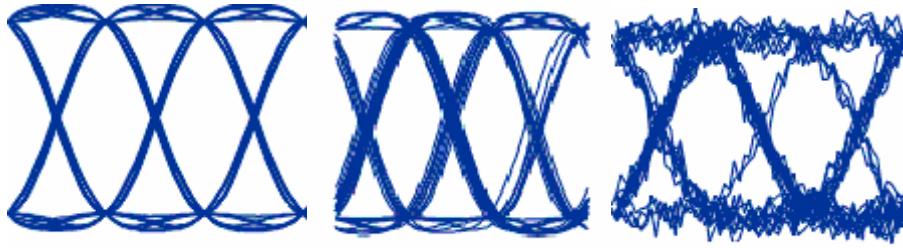
3.3 Διαγράμματα οφθαλμού

Το διάγραμμα οφθαλμού είναι μια εποπτική μέθοδος διάγνωσης προβλημάτων σε συστήματα μετάδοσης δεδομένων. Το διάγραμμα οφθαλμού προκύπτει όταν συνδέσουμε έναν παλμογράφο στο σημείο εκείνο του δέκτη όπου τα δεδομένα έχουν φιλτραριστεί και αποδιαμορφωθεί αλλά δεν έχουν αναγνωριστεί και μετατραπεί σε δυαδικά ψηφία. Ο παλμογράφος σκανδαλίζεται επαναληπτικά σε κάθε περίοδο συμβόλου ή σε καθορισμένο πολλαπλάσιο της περιόδου του συμβόλου, ανακτώντας το σήμα χρονισμού συμβόλων από τη λαμβανόμενη κυματομορφή. Βασιζόμενοι στην αδράνεια οπτικής απεικόνισης του παλμογράφου, το αποτέλεσμα είναι η υπέρθεση μιας επικαλυπτόμενης ακολουθίας συμβολικών καταστάσεων που οδηγεί στη σύνθεση του διαγράμματος οφθαλμού. Ένα τυπικό διάγραμμα οφθαλμού απεικονίζεται στο Σχήμα 3-6.



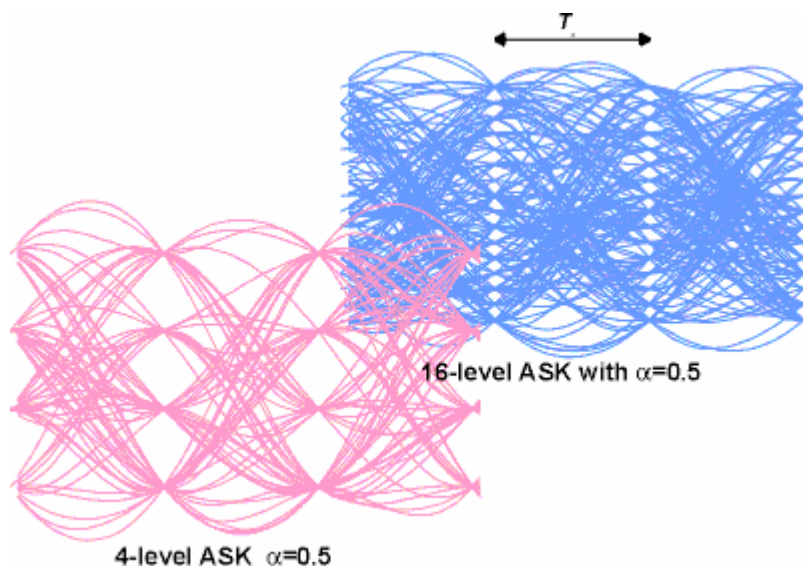
Σχήμα 3-6. Διάγραμμα οφθαλμού.

Τα διαγράμματα οφθαλμού αποτελούν ένα εξαιρετικό διαγνωστικό εργαλείο για την ανίχνευση αιτιών υποβάθμισης της ποιότητας μιας τηλεπικοινωνιακής ζεύξης. Στο Σχήμα 3-7 παρουσιάζονται διάφορες αιτίες υποβιβασμού της ποιότητας ενός τηλεπικοινωνιακού καναλιού, με καθεμιά να έχει τη δική της επίδραση στην εμφάνιση του διαγράμματος οφθαλμού.



Σχήμα 3-7. Επίδραση διαφόρων παραγόντων υποβάθμισης στο διάγραμμα οφθαλμού.

Διαγράμματα οφθαλμού για περιπτώσεις σηματοδοσίας τεσσάρων και δεκαέξι επιπέδων παρουσιάζονται στο Σχήμα 3-8.



Σχήμα 3-8. Διαγράμματα οφθαλμού για διαμόρφωση τεσσάρων και δεκαέξι καταστάσεων.

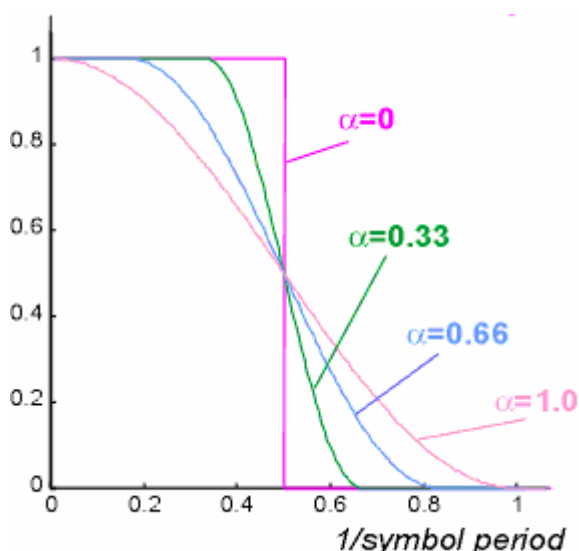
3.4 Φίλτρα υψωμένου συνημιτόνου

Τα φίλτρα υψωμένου συνημιτόνου αποτελούν μια δημοφιλή υλοποίηση των φίλτρων Nyquist. Ονομάζονται δε έτσι, λόγω του ότι το σχήμα της ζώνης μετάβασης (η ζώνη μεταξύ των ζωνών διέλευσης και αποκοπής) μοιάζει με τμήμα της κυματομορφής ενός συνημιτόνου. Η οξύτητα του φίλτρου ελέγχεται από τον παράγοντα κλίσης του φίλτρου α . Το εύρος ζώνης B που καταλαμβάνεται από

ένα σήμα που φιλτράρεται από φίλτρο υψωμένου συνημιτόνου δίδεται από τη σχέση:

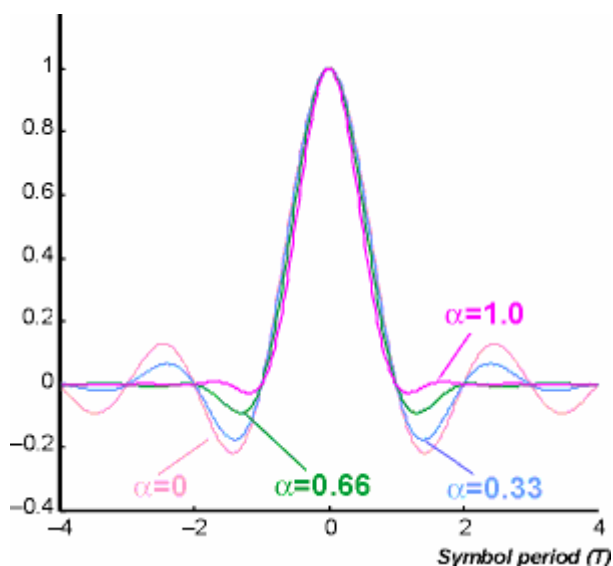
$$B = B_{\min}(1+a) = \frac{1}{2T_s}(1+a) \quad (3.1)$$

Η απόκριση συχνότητας ενός φίλτρου υψωμένου συνημιτόνου για διάφορες τιμές του παράγοντα κλίσης απεικονίζονται στο Σχήμα 3-9.



Σχήμα 3-9. Απόκριση συχνότητας φίλτρων υψωμένου συνημιτόνου για διάφορες τιμές του παράγοντα κλίσης.

Ο παράγοντας κλίσης α κυμαίνεται μεταξύ 0 και 1, με την τιμή 0 να αντιστοιχεί σε ένα ιδανικό φίλτρο, το «φίλτρο πλινθοδομής» και το 1 στο μέγιστο δυνατό εύρος ζώνης Nyquist. Μια σημαντική ιδιότητα του φίλτρου υψωμένου συνημιτόνου είναι το ομαλό σχήμα του φάσματος μεταξύ της ζώνης διέλευσης και της ζώνης αποκοπής, που οδηγεί σε μείωση των παλμικών ταλαντώσεων στο πεδίο του χρόνου. Η κρουστική απόκριση ενός φίλτρου υψωμένου συνημιτόνου παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-10.



Σχήμα 3-10. Κρουστική απόκριση φίλτρου ψφωμένου συνημιτόνου για διάφορες τιμές του παράγοντα κλίσης.

Παράδειγμα: Μια ακολουθία δεδομένων οκτώ επιπέδων βασικής ζώνης έχει περίοδο συμβόλων $100\mu\text{s}$. Ποιο είναι το ελάχιστο εύρος ζώνης B που απαιτείται για εκπομπή, θεωρώντας ότι χρησιμοποιείται ένα φίλτρο ψφωμένου συνημιτόνου με $\alpha=0.33$; Πόσος χρόνος χρειάζεται για τη μετάδοση ενός εκατομμυρίου bits;

Λύση:

$$B_{\min} = \frac{1}{2 \times 100 \times 10^{-6}} = 50\text{KHz}, \quad B_N = B_{\min} (1 + 0.33) = 66,500\text{Hz}$$

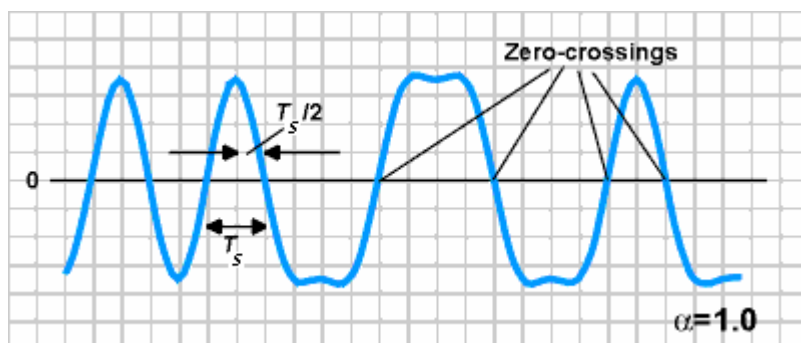
Η μονάδα ταχύτητας μετάδοσης ψηφιακών παλμών είναι $1/10 \cdot 10^{-6}$ ή $100,000$ symbols/sec. Κάθε σύμβολο μεταφέρει 3 bit πληροφορίας, οπότε η ταχύτητα μετάδοσης των bit είναι $300,000$ bits/sec.

Η υλοποίηση φίλτρων που έχουν απόκριση συχνότητας κατά Nyquist είναι δύσκολο να πραγματοποιηθεί με αναλογική τεχνολογία κι εξαρτήματα. Οι πρόσφατες όμως τεχνολογικές εξελίξεις επέτρεψαν την εύκολη και φθηνή υλοποίηση με τη χρήση ψηφιακών επεξεργαστών σήματος. Χρησιμοποιώντας τα φίλτρα **πεπερασμένης**

κρουστικής απόκρισης (**finite impulse response-FIR**) καθίσταται δυνατή η υλοποίηση φίλτρων υψωμένου συνημιτόνου στον επιθυμητό βαθμό ακρίβειας.

3.5 Ανάκτηση χρονισμού συμβόλων

Ο χρονισμός συμβόλων στο δέκτη μπορεί να ανακτηθεί με την αποστολή ενός σήματος χρονισμού αναφοράς μαζί με την αποστολή δεδομένων. Τα περισσότερα όμως σύγχρονα συστήματα ψηφιακών επικοινωνιών ανακτούν την πληροφορία χρονισμού από τα ίδια τα δεδομένα κάνοντας χρήση της μεθόδου της **διέλευσης δια του μηδενός (zero-crossing)**.



Σχήμα 3-11. Ανάκτηση χρονισμού για σήματα φιλτραρισμένα με φίλτρο υψωμένου συνημιτόνου.

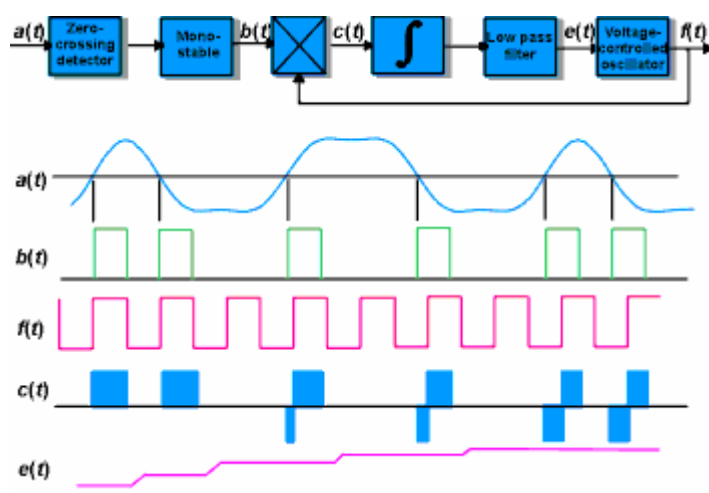
Το πρόβλημα της ανάκτησης του χρονισμού συμβόλων γίνεται πολύ πιο απλό για δεδομένα που έχουν φιλτραριστεί με φίλτρο υψωμένου συνημιτόνου, του οποίου ο παράγοντας κλίσης είναι $\alpha=1$. Στην περίπτωση αυτή, η διέλευση της κυματομορφής δεδομένων δια του μηδενός συμβαίνει τη χρονική στιγμή $T_s/2$ πριν το βέλτιστο σημείο ανίχνευσης (

Σχήμα 3-12) για μηδενική διασυμβολική παρεμβολή. Σκανδαλίζοντας ένα χρονιστή ώστε η δειγματοληψία να λάβει χώρα $T_s/2$ αργότερα από τη χρονική στιγμή διέλευσης δια του μηδενός, επιτυγχάνεται ο ιδανικός χρονισμός συμβόλων. Όταν τα δεδομένα

περιέχουν μεγάλες ακολουθίες '1' ή '0', η δειγματοληψία θα πρέπει μέσω της διαδικασίας της παρεμβολής να καθορίσει το σωστό χρονικό διάστημα δειγματοληψίας μέχρι την επόμενη διέλευση της κυματομορφής δεδομένων δια του μηδενός.

3.5.1 Κυκλώματα χρονισμού συμβόλων

Το κύριο μειονέκτημα της χρήσης φίλτρων υψωμένου συνημιτόνου με $\alpha=1$ σε συστήματα χρονισμού είναι το μεγάλο εύρος ζώνης που απαιτείται. Επιπροσθέτως, ο θόρυβος που συνοδεύει το λαμβανόμενο σήμα επηρεάζει τις μεμονωμένες διελεύσεις δια του μηδενός και προκειμένου να ανακτηθεί με ακρίβεια ο σωστός χρονισμός απαιτείται κάποια μορφή εξαγωγής του μέσου όρου μέσω μιας διαδικασίας ολοκλήρωσης. Έτσι, σε σύγχρονους δέκτες χρησιμοποιούνται ειδικά κυκλώματα που καταπολεμούν τα φαινόμενα του θορύβου αλλά και των μη ιδανικών διελεύσεων δια του μηδενός λόγω της επιλογής παράγοντα κλίσης μικρότερου της μονάδας. Ένα τέτοιο κύκλωμα παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-12.

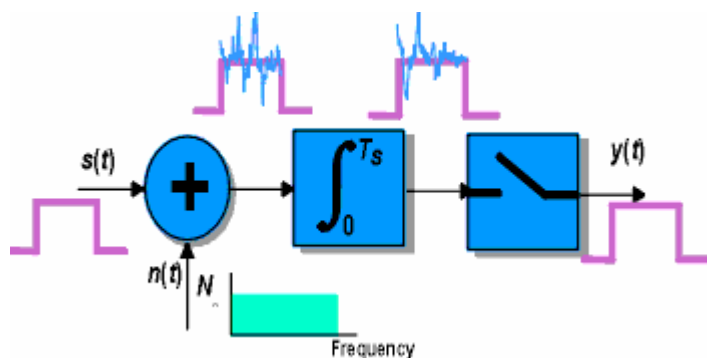


Σχήμα 3-12. Κύκλωμα ανάκτησης χρονισμού συμβόλων.

Η λειτουργία του κυκλώματος βασίζεται στην παραγωγή παλμών διάρκειας $T_s/2$ από ένα μονοσταθές κύκλωμα κάθε φορά που η τάση της κυματομορφής δεδομένων διέρχεται δια του μηδενός. Στη συνέχεια, ο παλμός αυτός συγκρίνεται σε ένα ψηφιακό μίκτη με το τοπικό παραγόμενο ρολόι που λειτουργεί σε συχνότητα πλησίον της συχνότητας αποστολής συμβόλων. Στη συνέχεια η έξοδος του μίκτη ολοκληρώνεται και φιλτράρεται προκειμένου να παραχθεί μια dc εξομαλυνμένη τάση ελέγχου, η οποία χρησιμοποιείται ως είσοδος σε ένα ταλαντωτή ελεγχόμενο από τάση για να συντονίσει το τοπικό ρολόι στην πραγματική συχνότητα αποστολής των συμβόλων.

3.6 Προσαρμοσμένο φίλτρο

Η λειτουργία ενός ψηφιακού δέκτη είναι να αναγνωρίζει σωστά σε κάθε περίοδο του συμβόλου ποιο σύμβολο στάλθηκε από τον πομπό. Αυτό επιτυγχάνεται με την δειγματοληψία του λαμβανόμενου σήματος σε κάθε περίοδο του συμβόλου και με την σύγκρισή του με ένα προκαθορισμένο όριο απόφασης.

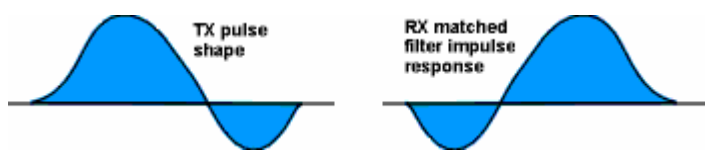


Σχήμα 3-13. Διάγραμμα βαθμίδων κυκλώματος δειγματοληψίας.

Ο σκοπός του φίλτρου είναι να απομακρύνει όσο περισσότερο θόρυβο γίνεται χωρίς να επηρεαστεί το ωφέλιμο σήμα με ανεπιθύμητο τρόπο. Μ' άλλα λόγια, ο σκοπός του φίλτρου είναι

να μεγιστοποιήσει το λόγο σήματος προς θόρυβο κατά τη στιγμή δειγματοληψίας. Το φίλτρο που μεγιστοποιεί το λόγο σήματος προς θόρυβο στην έξοδό του ονομάζεται προσαρμοσμένο φίλτρο. Αποδεικνύεται, ότι για ένα κανάλι που υπόκειται σε θόρυβο AWGN το προσαρμοσμένο φίλτρο είναι αυτό του οποίου η κρουστική απόκριση είναι μια χρονικά ανεστραμμένη και καθυστερημένη έκδοση της κυματομορφής του παλμού σηματοδοσίας, δηλαδή:

$$h_{\text{matched}}(t) = s(T-t) \quad (3.2)$$



Σχήμα 3-14. Κρουστική απόκριση προσαρμοσμένου φίλτρου.

Αναφερόμενοι στο πεδίο της συχνότητας, το προσαρμοσμένο φίλτρο ορίζεται ως αυτό του οποίου η απόκριση συχνότητας είναι ίση με την μιγαδική συζυγή της απόκρισης συχνότητας της κυματομορφής του συμβόλου σηματοδοσίας, δηλαδή:

$$H_{\text{matched}}(f) = S^*(f) \cdot e^{-j2\pi fT} \quad (3.3)$$

Αποδεικνύεται επίσης ότι ο λόγος SNR στην έξοδο του προσαρμοσμένου φίλτρου κατά τη στιγμή δειγματοληψίας είναι

$$SNR = \frac{s^2(T)}{n^2} = \frac{2E}{N_0},$$

όπου E είναι η ενέργεια του συμβόλου του

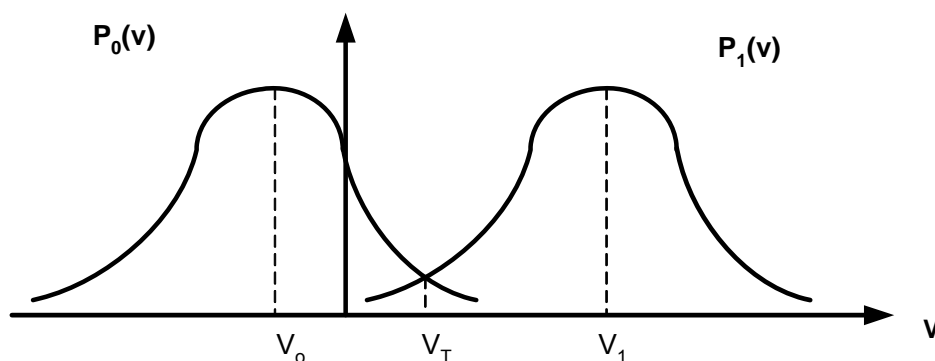
λαμβανόμενου σήματος και N_0 είναι η φασματική πυκνότητα θορύβου του AWGN.

Στο ερώτημα εάν είναι δυνατή η κατασκευή ενός προσαρμοσμένου φίλτρου που ταυτόχρονα να ικανοποιεί το κριτήριο Nyquist για μηδενική διασυμβολική παρεμβολή, την απάντηση δίδει το φίλτρο

ρίζας υψωμένου συνημιτόνου, το οποίο αποδείχθηκε³ ότι ικανοποιεί και τις δύο αυτές απαιτήσεις.

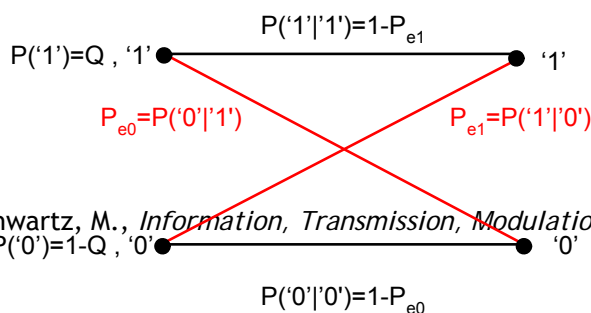
3.6.1 Δυαδική σηματοδότηση και βέλτιστο όριο ανίχνευσης

Αφού καθοριστεί το βέλτιστο (προσαρμοσμένο) φίλτρο είναι αναγκαίο να επιλεχτεί ένα κατάλληλο όριο για τον συγκριτή ώστε η αναλογία σφάλματος των bits (Bit Error Ratio-BER) [το BER είναι ισοδύναμο με την πιθανότητα λανθασμένης λήψης bits P_E] να ελαχιστοποιηθεί. Αν το κανάλι υπόκειται σε AWGN και η στάθμη τάσης V_0 χρησιμοποιείται για να μεταδώσει ένα λογικό '0' και η στάθμη τάσης V_1 για ένα λογικό '1', τότε η στάθμη σήματος στην είσοδο του συγκριτή περιγράφεται από τις ακόλουθες κατανομές πυκνότητας πιθανότητας:



Σχήμα 3-15. Διεύρυνση της στάθμης σηματοδότησης για δυαδικό κανάλι λόγω AWGN.

Για το παραπάνω δυαδικό κανάλι ισχύει:



³ Schwartz, M., *Information, Transmission, Modulation and Noise*, McGraw-Hill, 1990.

Η πιθανότητα το '1' να παρερμηνευτεί ως '0' και η πιθανότητα το '0' να παρερμηνευτεί ως '1' είναι:

$$P_{e1} = P('1'|'0') = \int_{-\infty}^{V_T} p_1(V) dV \quad (3.4)$$

και

$$P_{e0} = P('0'|'1') = \int_{V_T}^{\infty} p_0(V) dV \quad (3.5)$$

αντίστοιχα.

Αν η πιθανότητα εκπομπής ενός λογικού '1' είναι Q , δηλαδή $P('1')=Q$, και $P('0')=1-Q$, η πιθανότητα να εμφανιστεί σφάλμα στο κανάλι επικοινωνίας είναι $P_E = Q \cdot P_{e1} + (1-Q)P_{e0}$. Για ένα κανάλι όπου τα λογικά σύμβολα '0' και '1' είναι ομοίως πιθανά, δηλαδή $Q=0.5$ η πιθανότητα σφάλματος είναι:

$$P_E = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{V_T} p_1(V) dV + \frac{1}{2} \int_{V_T}^{\infty} p_0(V) dV \quad (3.6)$$

Η πιθανότητα σφάλματος P_E ελαχιστοποιείται στο σημείο όπου

$$\frac{dP_E}{dV} = 0 = \frac{1}{2} p_1(V) \Big|_{-\infty}^{V_T} + \frac{1}{2} p_0(V) \Big|_{V_T}^{\infty} \Rightarrow p_1(V_T) = p_0(V_T) \quad (3.7)$$

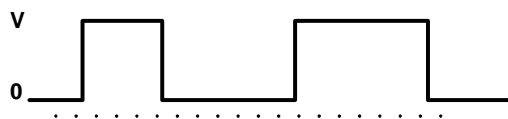
δηλαδή στο σημείο τομής των πυκνοτήτων πιθανότητας των συμβόλων '0' και '1'. Στην περίπτωση δε που οι κατανομές πυκνότητας πιθανότητας είναι ίδιες τότε $V_T = \frac{V_0 + V_1}{2}$. Η πιθανότητα σφάλματος P_E μπορεί να υπολογιστεί ως ακολούθως:

$$P_E = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{V_T} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(V-V_1)^2}{2\sigma^2}\right] dV + \frac{1}{2} \int_{V_T}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(V-V_0)^2}{2\sigma^2}\right] dV =$$

$$\frac{1}{2} \left[1 - Q\left(\frac{V-V_1}{\sigma}\right) \right]_{V=V_T} + \frac{1}{2} Q\left(\frac{V-V_0}{\sigma}\right) \Big|_{V=V_T} = K = Q\left(\frac{V_1-V_0}{2\sigma}\right), \quad (3.8)$$

όπου $s_0(T) = V_0^2/Z$, $s_1(T) = V_1^2/Z$, και $N = \sigma^2/Z$.

3.6.1.1. BER για μονοπολική NRZ σηματοδοσία



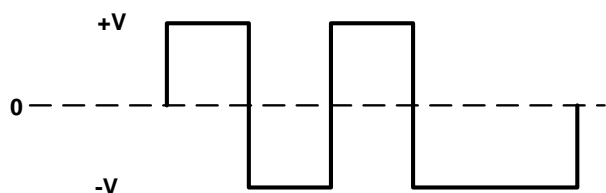
Στην περίπτωση μονοπολικής σηματοδοσίας $V_1=V$, $V_0=0$. Επίσης, η μέση ενέργεια ανά bit είναι $E_b = \frac{E_s^{1'} + E_s^{0'}}{2} = \frac{E_s^{1'} + 0}{2} = \frac{E_s}{2}$ και

$$SNR = \frac{s(T)}{N} = \frac{V_1^2/Z}{\sigma^2/Z} = \frac{V^2}{\sigma^2} = \frac{2E_s}{N_0}. \text{ Έτσι, χρησιμοποιώντας τη σχέση (3.8)}$$

η πιθανότητα σφάλματος P_E ή BER ισούται με:

$$P_E^{unipolar} = Q\left(\frac{V_1-V_0}{2\sigma}\right) = Q\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{V}{\sigma}\right) = Q\left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{2N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (3.9)$$

3.6.1.2. BER για διπολική σηματοδοσία



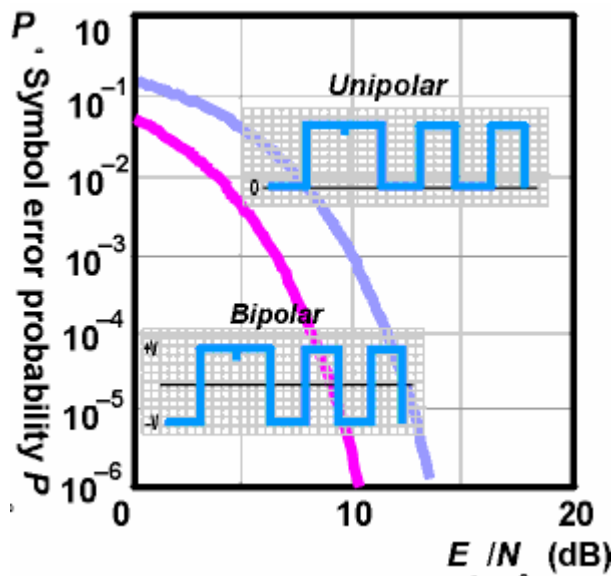
Στην περίπτωση διπολικής σηματοδοσίας $V_1=V$, $V_0=-V$. Η μέση ενέργεια ανά bit είναι $E_b = \frac{E_s^{1'} + E_s^{0'}}{2} = \frac{E_s + E_s}{2} = E_s$ και

$$SNR = \frac{s(T)}{N} = \frac{V_1^2/Z}{\sigma^2/Z} = \frac{V^2}{\sigma^2} = \frac{2E_s}{N_0}. \text{ Έτσι, χρησιμοποιώντας τη σχέση (3.8)}$$

η πιθανότητα σφάλματος P_E ή BER ισούται με:

$$P_E^{bipolar} = Q\left(\frac{V_1 - V_0}{2\sigma}\right) = Q\left(\frac{V}{\sigma}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \quad (3.10)$$

Το Σχήμα 3-16 απεικονίζει τη γραφική παράσταση της πιθανότητας σφάλματος P_E συναρτήσει του λόγου E_s/N_0 για την μονοπολική και διπολική σηματοδοσία. Είναι φανερό ότι η απόδοση της διπολικής σηματοδοσίας είναι ανώτερη από αυτή της μονοπολικής. Για παράδειγμα, για $E_s/N_0=10dB$, $P_E=10^{-3}$ για τη μονοπολική και $P_E=10^{-6}$ για την διπολική σηματοδοσία.

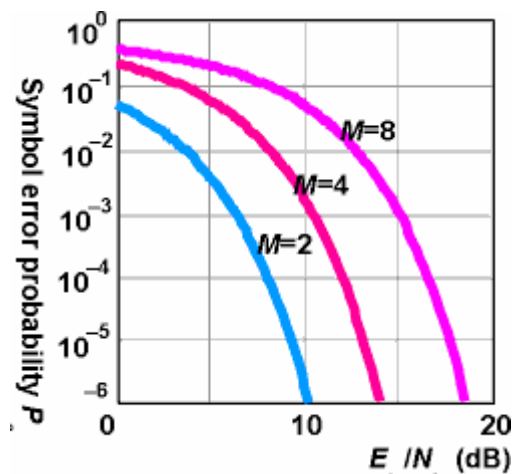


Σχήμα 3-16. Απόδοση BER μονοπολικής και διπολικής σηματοδοσίας βασικής ζώνης.

3.6.1.3. BER για πολυεπίπεδη σηματοδοσία

Αποδεικνύεται ότι για σηματοδοσία M-επιπέδων η πιθανότητα σφάλματος P_E ή BER δίδεται από τη σχέση:

$$P_E^{M\text{-ary_Unipolar}} = \frac{M-1}{M} \cdot \text{erfc} \left[\frac{3}{M^2-1} \cdot \frac{E_s}{N_0} \right]^{1/2} = \frac{2(M-1)}{M} \cdot Q \left(\sqrt{\frac{6}{M^2-1} \cdot \frac{E_s}{N_0}} \right) \quad (3.11)$$



Σχήμα 3-17. Απόδοση BER σηματοδοσίας 2, 4 και 8 επιπέδων βασικής ζώνης.

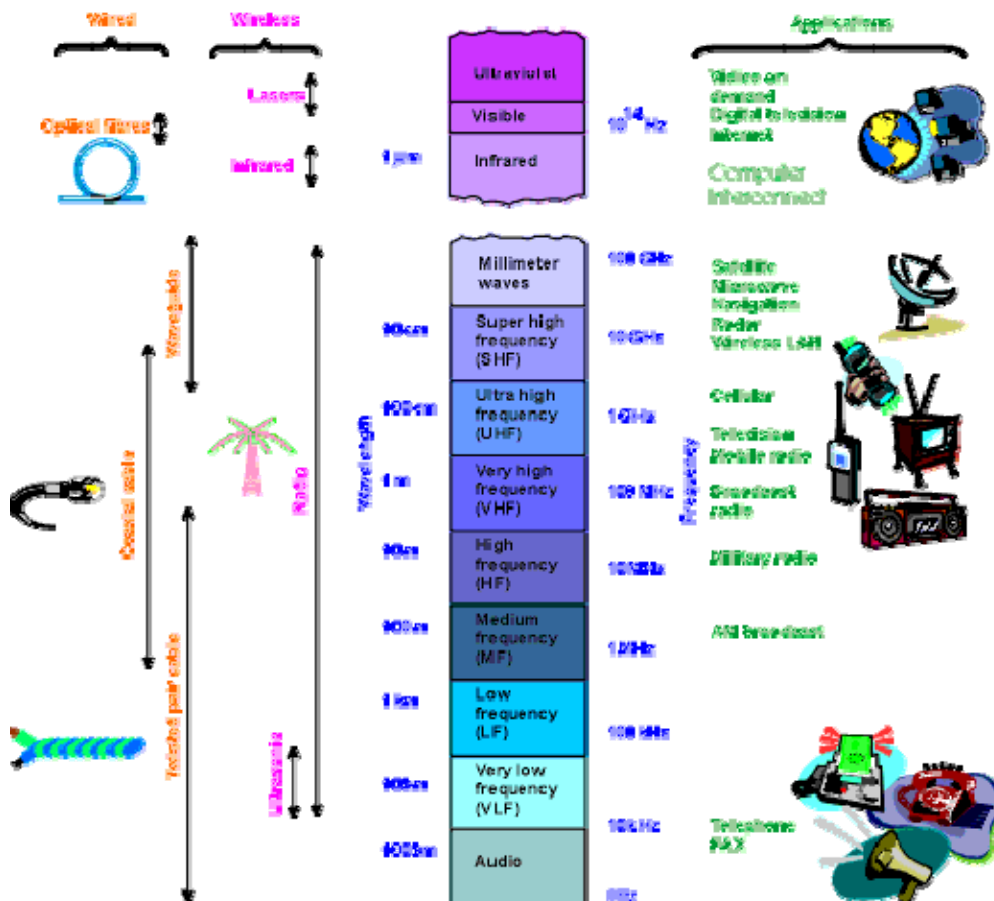
Το Σχήμα 3-17 απεικονίζει τη γραφική παράσταση της πιθανότητας σφάλματος P_E συναρτήσει του λόγου E_b/N_0 για σηματοδοσία 2, 4 και 8 επιπέδων. Σημειώνεται ότι $E_b = E_s/k$, όπου k είναι ο αριθμός των bit που κωδικοποιούνται σε κάθε σύμβολο.

Άσκηση: Ποια θα είναι η μείωση στη ανθεκτικότητα στο θόρυβο για ένα modem που αλλάζει την βασικής ζώνης σηματοδοσία του από 2 σε 8 επίπεδα, αν και για τις δυο περιπτώσεις το P_E διατηρεί την ίδια τιμή $P_E = 1 \times 10^{-4}$. (Λύση: $x=3.85$, $E_b/N_0=51.878$ ή 17.15dB , $x=3.72$, $E_b/N_0=6.92$ ή 8.4 dB , οπότε μείωση $17.15-8.4=8.75\text{dB}$)

Equation Chapter 4 Section 4

4 ΨΗΦΙΑΚΗ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΔΙΕΛΕΥΣΗΣ ΖΩΝΗΣ

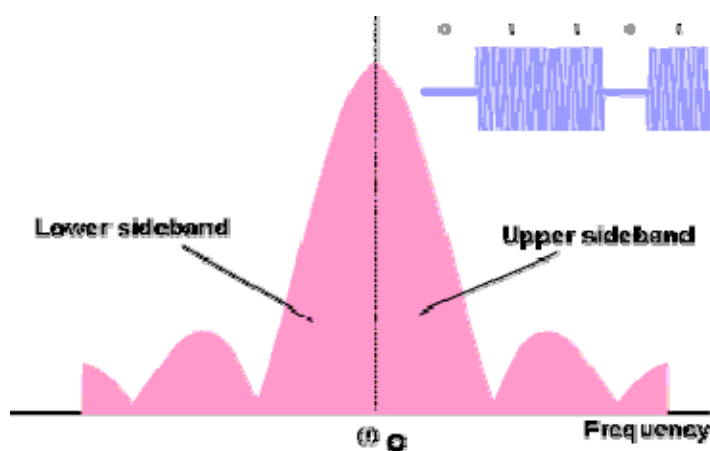
Στις εφαρμογές όπου δεν διατίθεται συνεχόμενο εύρος ζώνης απο τα 0 Hz πρέπει να χρησιμοποιείται η σηματοδοσία διέλευσης ζώνης (*bandpass signalling*). Εδώ ο στόχος είναι να συγκεντρωθεί η ενέργεια του σήματος γύρω από μια δεδομένη συχνότητα λειτουργίας. Η διαδικασία συνήθως περιλαμβάνει τη διαμόρφωση του πλάτους, της συχνότητας και/ή της φάσης ενός ημιτονικού κύματος που λέγεται *φέρων (carrier)*.



Σχήμα 4-1. Φάσμα συχνοτήτων και τυπικές εφαρμογές.

4.1 Ψηφιακή διαμόρφωση πλάτους (ASK)

Η πιο απλή μορφή διαμόρφωσης διέλευσης ζώνης μίας ακολουθίας δεδομένων είναι η **Ψηφιακή Διαμόρφωση Πλάτους (Amplitude Shift Keying-ASK)**. Εδώ τα σύμβολα παριστάνονται ως διακριτές τιμές πλάτους ενός φέροντος συγκεκριμένης συχνότητας. Στη δυαδική ASK απαιτούνται μόνο δύο καταστάσεις συμβόλων, οπότε το φέρον απλά ενεργοποιείται ή διακόπτεται και γι' αυτό η διαδικασία ονομάζεται επίσης **Διαμόρφωση ON-OFF (On-Off Keying-OOK)**.



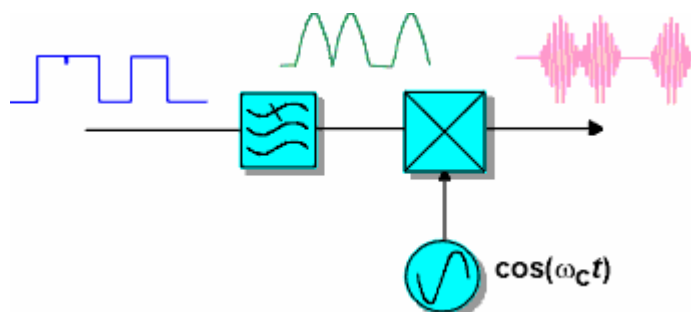
Σχήμα 4-2. Ψηφιακή διαμόρφωση πλάτους και παραγόμενο φάσμα.

Το διαμορφωμένο φάσμα γι' αυτή την περίπτωση αποτελείται από δύο παρόμοιες συνιστώσες τοποθετημένες συμμετρικά ως προς τη συχνότητα του φέροντος. Η φασματική απόδοση της ASK είναι 1bit/s/Hz , εφόσον το κατειλημμένο εύρος ζώνης διέλευσης είναι το διπλάσιο αυτού της βασικής ζώνης.

4.1.1 Διαμόρφωση ASK περιορισμένου εύρους ζώνης

Για να περιοριστεί το εύρος ζώνης που καταλαμβάνεται από το εκπεμπόμενο σήμα ASK απαιτείται φιλτράρισμα ή μορφοποίηση των παλμών είτε πριν είτε μετά τη διαμόρφωση του φέροντος. Εφόσον το φιλτράρισμα της ακολουθίας δεδομένων βασικής ζώνης απαιτεί

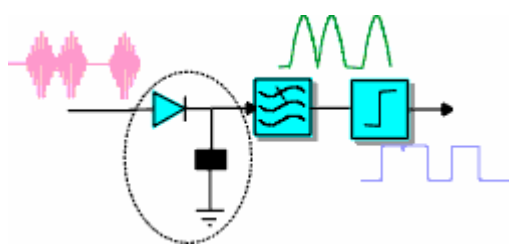
φίλτρα υψηλής ποιότητας, συνίσταται το φιλτράρισμα για τον περιορισμό του εύρους ζώνης να πραγματοποιείται στο αδιαμόρφωτο σήμα, ήτοι:



Σχήμα 4-3. Φιλτράρισμα δεδομένων για τον περιορισμό του καταλαμβανόμενου εύρους ζώνης.

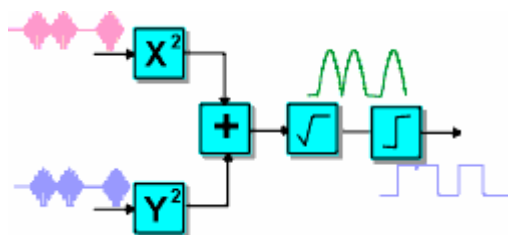
4.1.2 Ασύγχρονη ανίχνευση

Με τη μέθοδο διαμόρφωσης ASK, η πληροφορία που θέλουμε να μεταφερθεί αποθηκεύεται στο πλάτος ή αλλιώς την περιβάλλουσα (envelope) του διαμορφωμένου φέροντος. Έτσι, τα δεδομένα μπορούν να ανακτηθούν χρησιμοποιώντας έναν ανιχνευτή περιβάλλουσας, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 4-4.



Σχήμα 4-4. Ανιχνευτής διόδου για αποδιαμόρφωση ASK.

Εάν υπάρχει διαθέσιμη η ορθογωνική (quadrature) εκδοχή του διαμορφωμένου φέροντος στο δέκτη τότε ο ανιχνευτής που φαίνεται στο Σχήμα 4-5 μπορεί να χρησιμοποιηθεί.



Σχήμα 4-5. Ασύγχρονη ανίχνευση με την ορθογωνική μέθοδο.

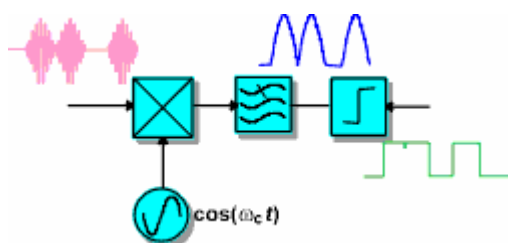
Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, τα τετράγωνα της συμφασικής και της ορθογωνικής συνιστώσας προσθέτονται στον αθροιστή. Η έξοδος του αθροιστή είναι:

$$y^{adder}(t) = a^2(t) \cdot \cos^2(\omega_c t + \theta) + a^2(t) \cdot \sin^2(\omega_c t + \theta) = a^2(t) \tag{4.1}$$

Στη συνέχεια η έξοδος διέρχεται δια διάταξης που υπολογίζει τη ρίζα και τελικά δια του ολοκληρωτή για να προκύψει η αρχική ακολουθία δεδομένων $a(t)$.

4.1.3 Σύγχρονη ανίχνευση

Ένας **σύγχρονος ανιχνευτής (coherent detector)** λειτουργεί αναμιγνύοντας το εισερχόμενο στο δέκτη διαμορφωμένο σήμα δεδομένων με ένα φέρον αναφοράς που παράγεται τοπικά και επιλέγοντας τη συνιστώσα διαφοράς από την έξοδο του μίκτη. Η διαδικασία αυτή απεικονίζεται στο Σχήμα 4-6.



Σχήμα 4-6. Κύκλωμα σύγχρονης ανίχνευσης.

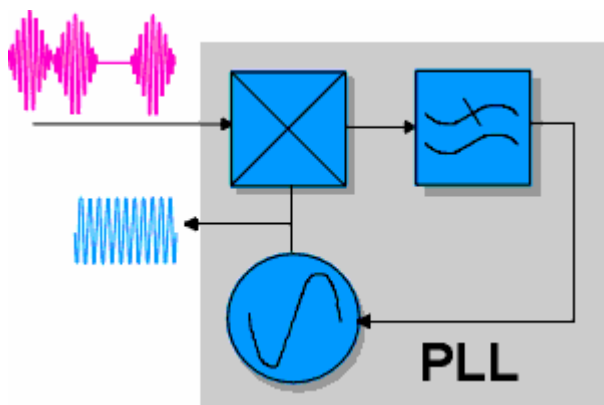
Η διαδικασία της σύγχρονης ανίχνευσης περιγράφεται μαθηματικά ως:

$$y(t) = a(t) \cdot \cos(\omega_c t + \theta) \cdot \cos(\omega_c t) = 0.5 \cdot a(t) \cdot [\cos(\theta) + \cos(2\omega_c t + \theta)] \quad (4.2)$$

Αν ο φορέας είναι σύμφωνος σε φάση (phase coherent) με το εισερχόμενο διαμορφωμένο σήμα, (αν δηλαδή δεν υπάρχει διαφορά συχνότητας ή φάσης ανάμεσα στα δύο σήματα και $\theta=0$), τότε η έξοδος είναι ανάλογη της κυματομορφής $a(t)$ και επιτυγχάνεται τέλεια ανίχνευση.

4.1.4 Ανάκτηση φορέα στη σύγχρονη ASK

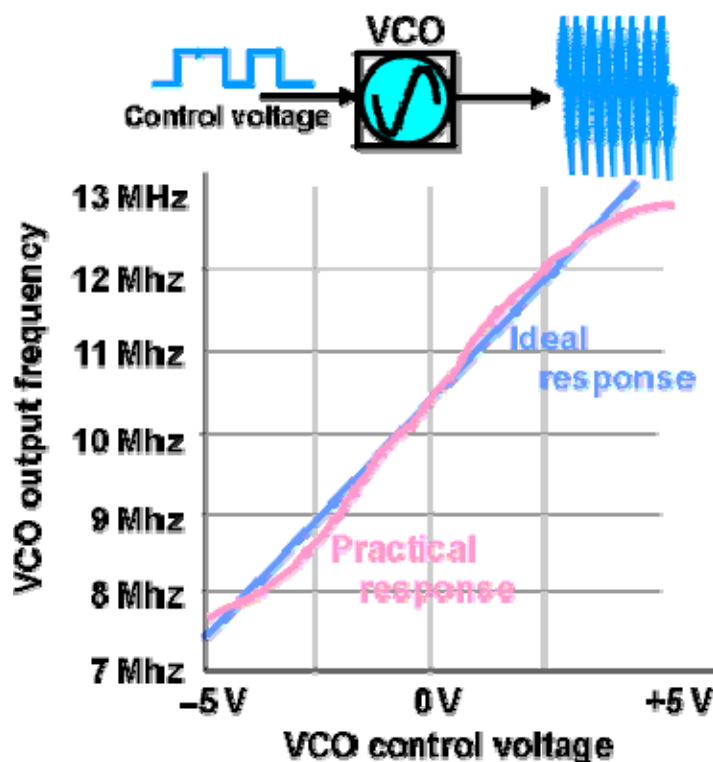
Είναι φανερό ότι για να προκύψει η ιδανική σύγχρονη ανίχνευση θα πρέπει η διαφορά φάσης ανάμεσα στην λαμβανόμενη κυματομορφή και την κυματομορφή του τοπικά παραγόμενου φέροντος πρέπει να είναι μηδενική. Προκειμένου να ικανοποιηθεί η απαίτηση αυτή συχνά χρησιμοποιείται ο **βρόχος κλειδωμένης φάσης (phase locked loop-PLL)**, ο οποίος απεικονίζεται στο Σχήμα 4-7.



Σχήμα 4-7. Βρόχος κλειδωμένης φάσης σε κύκλωμα σύγχρονης ανίχνευσης ASK.

Το κύκλωμα του βρόχου κλειδωμένης φάσης αποτελείται από τρία βασικά δομικά στοιχεία: α) έναν **ταλαντωτή ελεγχόμενο από τάση**

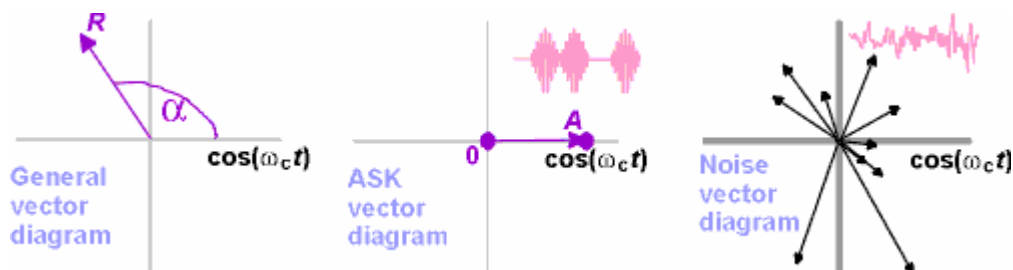
(**voltage controlled oscillator-VCO**) η συχνότητα εξόδου του οποίου είναι ανάλογη της τάσεως στην είσοδό του, β) έναν ανιχνευτή φάσης ο οποίος παράγει στην έξοδό του μια τάση που είναι ανάλογη της διαφοράς φάσης των δύο εισόδων του, και γ) ένα φίλτρο βρόχου το οποίο χρησιμοποιείται για να ελέγχει τη δυναμική συμπεριφορά της διαδικασίας της ανάδρασης. Η αρχή λειτουργίας του PLL βασίζεται στη σύγκριση της φάσης μεταξύ του σήματος εισόδου και του τοπικού ταλαντωτή ελεγχόμενου από τάση. Εάν υφίσταται μια διαφορά φάσης ή/και συχνότητας μεταξύ των σημάτων, τότε η παραγόμενη στην έξοδο του φίλτρου βρόχου τάση ρυθμίζει κατάλληλα την συχνότητα/φάση του VCO, έτσι ώστε η διαφορά αυτή να εκμηδενιστεί. Όταν η διαφορά μηδενιστεί η παραγόμενη τάση στην έξοδο του φίλτρου βρόχου είναι μηδέν και ο VCO λέγεται ότι έχει «κλειδώσει» στο σήμα εισόδου. Η χαρακτηριστική καμπύλη τάσης ελέγχου και συχνότητας εξόδου ενός ταλαντωτή ελεγχόμενου από τάση απεικονίζεται στο Σχήμα 4-8.



Σχήμα 4-8. Χαρακτηριστική τάσης-συχνότητας ταλαντωτή ελεγχόμενου από τάση.

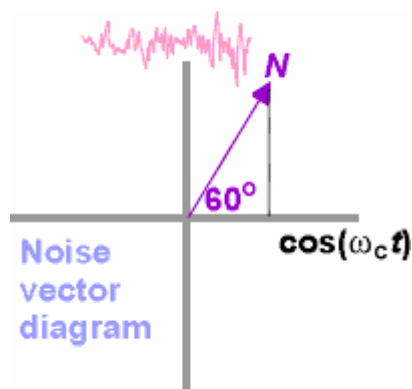
4.1.5 Σύγκριση ασύγχρονης και σύγχρονης ανίχνευσης

Προκειμένου να συγκρίνουμε τις δύο μορφές ανίχνευσης είναι αναγκαίο να παρατηρήσουμε το διανυσματικό διάγραμμα (ή διάγραμμα αστερισμού ή διάγραμμα φασόρων) της ASK. Για την δυαδική ASK διακρίνουμε δύο συμβολικές καταστάσεις, η μία αναπαριστώμενη από ένα διάνυσμα μηδενικού πλάτους (αντιστοιχούσα στο λογικό '0') και η άλλη από διάνυσμα πλάτους A (αντιστοιχούσα στο λογικό '1'). Επίσης στο ίδιο διάγραμμα μπορεί να αναπαρασταθεί και ο ηλεκτρικός θόρυβος στη συχνότητα του φορέα, ο οποίος είναι της μορφής $Noise = n(t) \cdot \cos[\omega_c t + \phi(t)]$. Το διανυσματικό διάγραμμα της δυαδικής ASK και του θορύβου απεικονίζεται στο Σχήμα 4-9.



Σχήμα 4-9. Διάγραμμα αστερισμού δυαδικής ASK και ηλεκτρικού θορύβου.

Θεωρούμε τώρα την περίπτωση που επιθυμούμε να ανιχνεύσουμε το διαμορφωμένο ASK σήμα παρουσία θορύβου. Ας υποθέσουμε ότι ο φορέας είναι στη θέση ON (λογικό '1') και ότι το διάνυσμα του ηλεκτρικού θορύβου τη δεδομένη χρονική στιγμή ανίχνευσης έχει μέτρο N και φάση $\varphi=60^\circ$, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4-10.



Σχήμα 4-10. Διανυσματικό διάγραμμα ηλεκτρικού θορύβου.

Στην ασύγχρονη ανίχνευση, -η οποία διενεργεί ανίχνευση πλάτους-, μετράται απλά το πλάτος του διανύσματος $|ASK| + |Noise|$, αγνοώντας τη φάση του. Στην περίπτωση αυτή, ο λόγος σήματος προς θόρυβο είναι $SNR^{asynchronous} = \frac{|ASK|}{|Noise|}$. Στη σύγχρονη ανίχνευση, όπου η πληροφορία της φάσης διατηρείται, το συνιστάμενο διάνυσμα είναι $ASK + Noise$ και ο λόγος σήματος προς θόρυβο είναι $SNR^{synchronous} = \frac{|ASK|}{|Noise| \cdot \cos(\phi)}$. Για το συγκεκριμένο παράδειγμα $SNR^{synchronous} = SNR^{asynchronous} \times 2$. Αυτός είναι και ο λόγος που η επίδοση της σύγχρονης μετάδοσης είναι καλύτερη από αυτή της ασύγχρονης μετάδοσης.

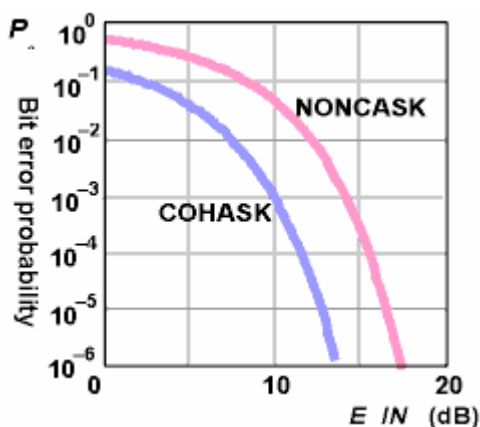
Η πιθανότητα σφάλματος για την περίπτωση της σύμφωνης ASK δίδεται από:

$$P_e^{COHASK} = Q\left(\sqrt{E_b / N_0}\right) \tag{4.3}$$

ενώ, στην περίπτωση της ασύμφωνης ASK ο ρυθμός εμφάνισης εσφαλμένων bit είναι:

$$P_e^{NONCASK} = 0.5e^{-E_b/4N_0} \cdot Q\left(\sqrt{E_b/N_0}\right) \quad (4.4)$$

Οι σχετικές γραφικές παραστάσεις του BER συναρτήσει του λόγου E_b/N_0 για την σύμφωνη και ασύμφωνη ASK παρουσιάζονται στο Σχήμα 4-11.



Σχήμα 4-11. Επίδοση σύγχρονης και ασύγχρονης ανίχνευσης ASK.

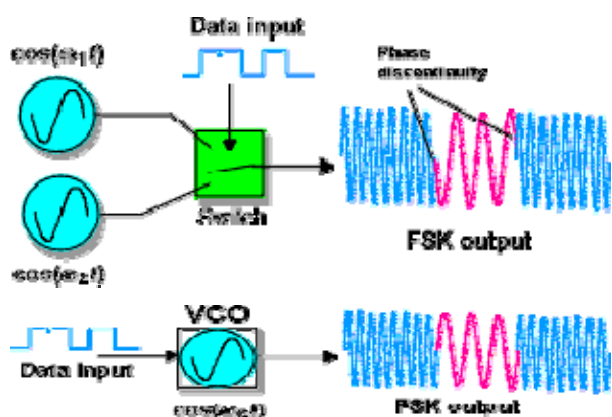
4.2 Ψηφιακή διαμόρφωση συχνότητας (FSK)

Η Ψηφιακή Διαμόρφωση Συχνότητας (**Frequency Shift Keying - FSK**) έχει χρησιμοποιηθεί τα τελευταία χρόνια κατά κόρο για την δημιουργία ψηφιακών σημάτων, επειδή είναι εύκολη στην δημιουργία αλλά και την ανίχνευση, ενώ παράλληλα είναι αναίσθητη στις διακυμάνσεις πλάτους που προσφέρει το κανάλι. Η μέθοδος FSK μεταφέρει τα δεδομένα χρησιμοποιώντας φορείς με διακριτές συχνότητες, ώστε να αναπαραστήσει με αυτές τις καταστάσεις συμβόλων. Μια σημαντική ιδιότητα της FSK είναι ότι το πλάτος του διαμορφωμένου σήματος είναι σταθερό, καθώς μεταβαίνουμε από μία σε άλλη συμβολική κατάσταση.

4.2.1 Δημιουργία της διαμόρφωσης FSK

Η διαμόρφωση FSK μπορεί να δημιουργηθεί με μεταγωγή μεταξύ διαφορετικών πηγών συχνοτήτων χρησιμοποιώντας ένα διακόπτη, αλλά τότε είναι πιθανόν να συμβαίνουν άλματα φάσης μεταξύ των καταστάσεων συμβόλων κατά τις στιγμές μετακίνησης του διακόπτη. Κάθε ασυνέχεια φάσης στα όρια των συμβόλων ενισχύει την εμφάνιση υψίσυχνων όρων στο φάσμα που προκύπτει και επομένως αυξάνει το εύρος ζώνης που απαιτείται για την μετάδοση.

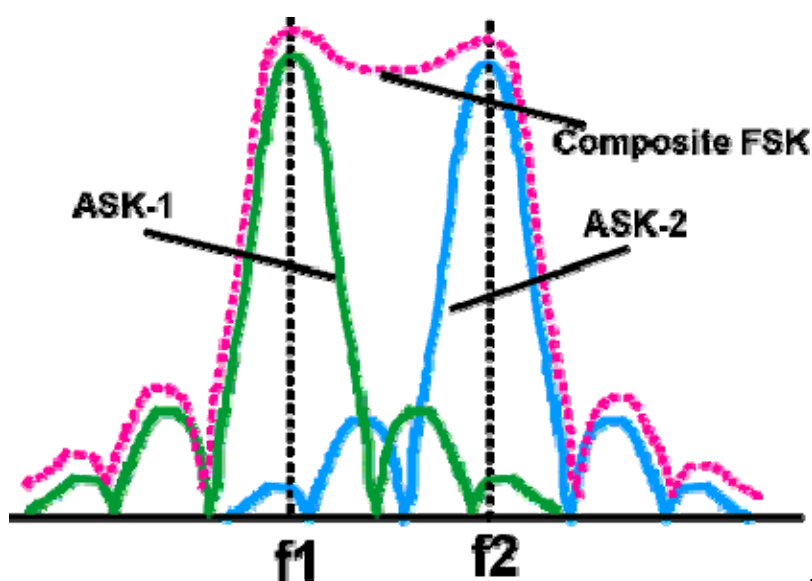
Το πρόβλημα της αύξησης του εύρους ζώνης στην παραγωγή της FSK μπορεί να καταπολεμηθεί εάν το σήμα των δεδομένων εφαρμοστεί ως τάση ελέγχου σε έναν ταλαντωτή ελεγχόμενο από τάση (VCO). Εδώ η μετάβαση από την μία κατάσταση συμβόλων στην επόμενη γίνεται ομαλά, χωρίς ασυνέχεια φάσης. Η διαμόρφωση FSK αυτού του είδους ονομάζεται FSK συνεχούς φάσης (Continuous Phase FSK, CPFSK).



Σχήμα 4-12. Δημιουργία FSK.

4.2.2 Καταλαβανόμενο εύρος ζώνης στη διαμόρφωσης FSK

Λόγω της μη γραμμικότητας στην παραγωγή της FSK ο προσδιορισμός του καταλαμβανόμενου εύρους ζώνης δεν είναι εύκολος. Κατά προσέγγιση όμως μπορεί να θεωρηθεί ότι το συνολικά καταλαμβανόμενο εύρος διέλευσης ζώνης της FSK ισούται με την υπέρθεση του εύρους ζώνης που αντιστοιχεί σε δύο ακολουθίες ASK αναπτυγμένες εκατέρωθεν των φερουσών συχνοτήτων που αντιστοιχούν στα FSK σύμβολα. Στο Σχήμα 4-13 απεικονίζεται το τυπικό εύρος ζώνης που καταλαμβάνεται από την διαμόρφωση FSK.



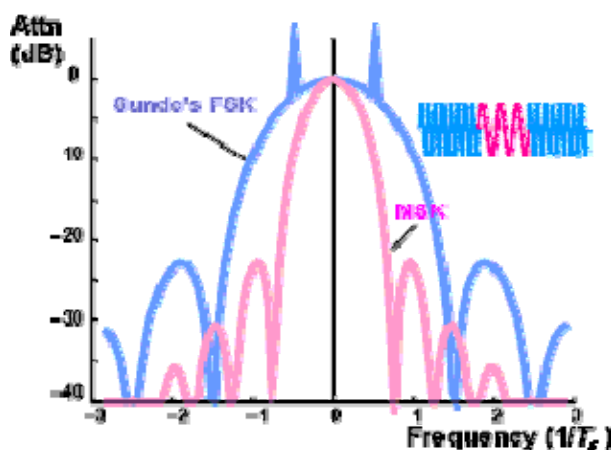
Σχήμα 4-13. Εύρος

ζώνης που αντιστοιχεί σε διαμόρφωση FSK.

Η ασυνέχεια φάσης στην FSK επηρεάζει σημαντικά το καταλαμβανόμενο εύρος ζώνης, όπως έχουμε ήδη υπογραμμίσει στο πρώτο κεφάλαιο όταν διαπραγματευτήκαμε τις σειρές Fourier. Έτσι, στην περίπτωση της CPFSK, σημαντικά περισσότερη ενέργεια είναι συγκεντρωμένη στον κύριο λοβό, ενώ στην περίπτωση της FSK με ασυνέχειες φάσης παρατηρείται σημαντική διασπορά ενέργειας στους πλευρικούς λοβούς.

Δύο ειδικές περιπτώσεις της διαμόρφωσης FSK οι οποίες χρησιμοποιούνται πολύ συχνά σε πρακτικά υλοποιήσιμα τηλεπικοινωνιακά συστήματα, προκύπτουν όταν η απόσταση των

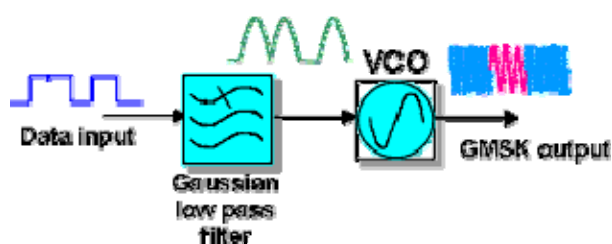
συχνοτήτων που χρησιμοποιούνται είναι ακριβώς ίση με το ρυθμό ή με το ήμισυ του ρυθμού εκπομπής συμβόλων. Οι ειδικές αυτές περιπτώσεις αντιστοιχούν στην FSK κατά Sunde και την διαμόρφωση Minimum Shift Keying (MSK), αντίστοιχα. Στην περίπτωση της FSK κατά Sunde, το προκύπτων φάσμα χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη δύο διακριτών φασματικών γραμμών που αντιστοιχούν ακριβώς στις συχνότητες των συμβόλων, που επικάθονται σε ένα ευρύ ομαλό φασματικό ανάπτυγμα. Η ύπαρξη των φασματικών αυτών γραμμών είναι ιδιαίτερα χρήσιμη στο δέκτη προκειμένου αυτός να ανιχνεύσει τις συχνότητες που χρησιμοποιούνται στον πομπό για την κωδικοποίηση των συμβόλων. Στην πολύ ενδιαφέρουσα δε περίπτωση της MSK, το παραγόμενο φάσμα χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη ενός πολύ στενού κύριου λοβού, με σημαντική μείωση στη διασπειρόμενη στους πλευρικούς λοβούς ενέργεια.



Σχήμα 4-14. Εύρος ζώνης της κατά Sunde FSK και MSK.

Η MSK επιδεικνύει ιδιαίτερα καλή φασματική απόδοση προσεγγίζοντας την απόδοση της διαμόρφωσης QPSK (Quadrature Phase Shift Keying), για την οποία θα συζητήσουμε στο επόμενο

κεφάλαιο. Ως αντιστάθμισμα όμως της εξαιρετικής αυτής φασματικής απόδοσης είναι η πολυπλοκότητα στην μέθοδο δημιουργίας και ανίχνευσης της MSK συγκρινόμενη με απλούστερες μορφές FSK, όπως π.χ. με την FSK κατά Sunde. Η εξαιρετική φασματική απόδοση της MSK μπορεί να βελτιωθεί ακόμα περισσότερο με τη χρήση φίλτρων μορφοποίησης παλμού πριν από το διαμορφωτή (Αυτό βεβαίως ισχύει για όλες τις μορφές ψηφιακής διαμόρφωσης). Πράγματι, με την υιοθέτηση ενός μάλλον ιδιαίτερου χαμηλοπερατού φίλτρου που ονομάζεται Γκαουσιανό φίλτρο (Gaussian filter) το οποίο σχεδιάζεται έτσι ώστε να αποκόπτει σημαντικά την περιοχή εκτός του κυρίου λοβού της MSK, προκύπτει η διαμόρφωση Gaussian Minimum Shift Keying (GMSK), η οποία εμφανίζει ιδιαίτερα συγκεντρωμένη περί τον κύριο λοβό φασματική ανάπτυξη. Το Σχήμα 4-15 απεικονίζει τον τρόπο με τον οποίο παράγεται η διαμόρφωση GMSK.

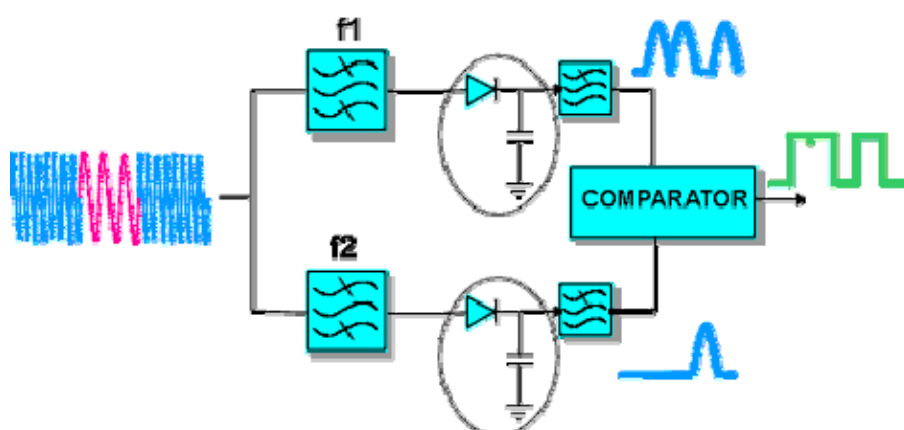


Σχήμα 4-15. Παραγωγή διαμόρφωσης GMSK.

Η εξαιρετική φασματική απόδοση της GMSK οδήγησε τους σχεδιαστές μηχανικούς του Ευρωπαϊκού Προτύπου Κινητών Επικοινωνιών 2^{ης} γενιάς GSM (Global Standard for Mobile) στην υιοθέτησή της ως μέθοδο ψηφιακής διαμόρφωσης. Υπογραμμίζεται, ότι μια από τις σημαντικότερες σχεδιαστικές απαιτήσεις οφειλόμενη στο περιορισμένο προς διάθεση φάσμα για την ανάπτυξη των συστημάτων κινητών επικοινωνιών 2^{ης} γενιάς ήταν η αυστηρή απαίτηση για πολύ χαμηλή παρεμβολή γειτονικού καναλιού, μια απαίτηση την οποία ικανοποίησε αποτελεσματικά η GMSK.

4.2.3 Ασύμφωνη ανίχνευση της διαμόρφωσης FSK

Ένας από τους απλούστερους τρόπους ανίχνευσης της δυαδικής διαμόρφωσης FSK είναι η διαβίβαση του συνολικού σήματος σε δύο φίλτρα διέλευσης ζώνης, που είναι συντονισμένα στις δύο συχνότητες σηματοδοσίας, και η ανίχνευση της εξόδου που έχει την μεγαλύτερη μέση τιμή κατά την διάρκεια κάθε συμβόλου.



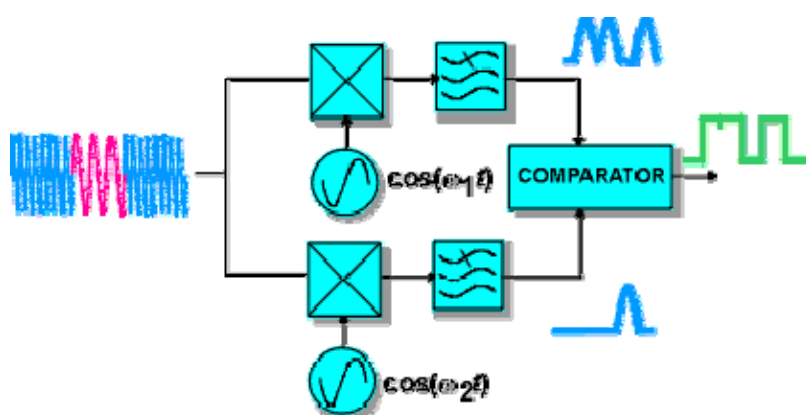
Σχήμα 4-16. Ασύγχρονη ανίχνευση της διαμόρφωσης FSK.

Αυτός ο τρόπος συνιστά στην ουσία ένα ασύμφωνο ανιχνευτή περιβάλλουσας που εφαρμόζεται σε δύο ακολουθίες ASK, και οι δύο έξοδοι που προκύπτουν συγκρίνονται σε έναν συγκριτή. Η μέθοδος δε λαμβάνει υπόψη τη φάση των αντίστοιχων συμβόλων και έτσι, κατ' αναλογία με τη ASK, δεν αποδίδει τόσο καλά όσο ένα σύστημα ανίχνευσης της διαμόρφωσης FSK.

4.2.4 Σύμφωνη ανίχνευση της διαμόρφωσης FSK

Η σύμφωνη ανίχνευση της διαμόρφωσης FSK έχει πολλές ομοιότητες με αυτήν της ASK, αλλά στην περίπτωση αυτή υπάρχουν δύο ανιχνευτές συντονισμένοι στις δύο συχνότητες φορέα. Όπως και στην ASK, η σύμφωνη ανίχνευση και η χρήση προσαρμοσμένων φίλτρων ελαχιστοποιούν την επίδραση του θορύβου στο δέκτη. Η

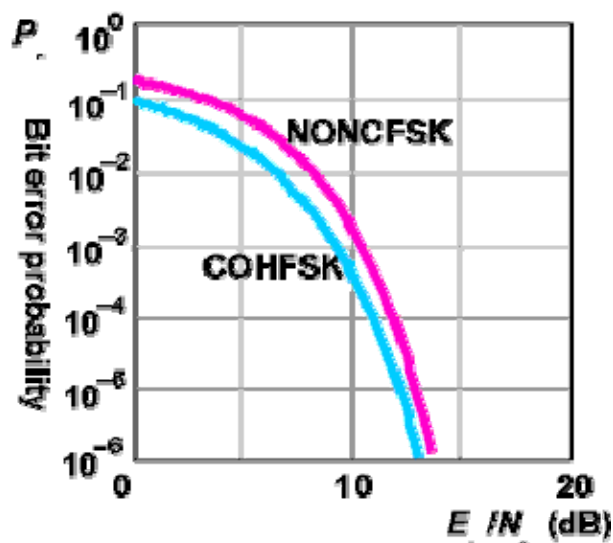
ανάκτηση των φερόντων αναφοράς στο σύμφωνο ανιχνευτή γίνεται εύκολα εάν η απόσταση συχνότητας των συμβόλων καταστεί ίση με το ρυθμό εκπομπής συμβόλων, καθώς τότε το διαμορφωμένο φάσμα θα περιέχει δύο διακριτές φασματικές γραμμές στις συχνότητες των φορέων. Το μειονέκτημα που έχει η χρήση της FSK κατά Sunde είναι ότι το εύρος ζώνης του σήματος FSK που προκύπτει είναι περίπου 1.5 έως 2 φορές αυτό ενός δυαδικού σήματος ASK ή PSK που είναι φιλτραρισμένο με τον βέλτιστο τρόπο.



Σχήμα 4-17. Σύγχρονη ανίχνευση της διαμόρφωσης FSK.

4.2.5 Ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων στη διαμόρφωση FSK

Η θεωρητικά προσδιορισμένη απόδοση της σύμφωνης και ασύμφωνης FSK παρουσιάζεται στο Σχήμα 4-18. Για ορθογωνική επιλογή των συχνοτήτων που αναπαριστούν τα σύμβολα αποδεικνύεται ότι ο ρυθμός εμφάνισης εσφαλμένων bit ισούται με τον αντίστοιχο της σύμφωνης ASK, δηλαδή $P_e^{COHFSK} = Q(\sqrt{E_b/N_0})$. Στην περίπτωση της ασύμφωνης FSK ο ρυθμός εμφάνισης εσφαλμένων bit δίδεται από τη σχέση $P_e^{NONCFSK} = 0.5 \exp(-E_b/2N_0)$.



Σχήμα 4-18. Ρυθμός εμφάνισης εσφαλμένων bit στη διαμόρφωση FSK.

4.2.6 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της διαμόρφωσης FSK

Τα κυριότερα πλεονεκτήματα της FSK είναι:

- Η διαμόρφωση FSK αποτελεί μια διαμόρφωση σταθερής περιβάλλουσας και επομένως είναι ανασίθητη στις μεταβολές πλάτους (δηλαδή απολαβής) που συμβαίνουν στο κανάλι και συμβατή με συστήματα μη γραμμικών πομπών και δεκτών.
- Η ανίχνευση της FSK μπορεί να στηριχτεί στις σχετικές μεταβολές συχνότητες μεταξύ των καταστάσεων συμβόλων και επομένως δεν απαιτεί απόλυτη ακρίβεια των τιμών συχνοτήτων που διαδίδονται στο κανάλι. Άρα η FSK είναι σχετικά ανεκτική στην ολίσθηση συχνότητας του τοπικού ταλαντωτή και τη μετατόπιση Doppler.

Στα μειονεκτήματα της FSK συγκαταλέγονται:

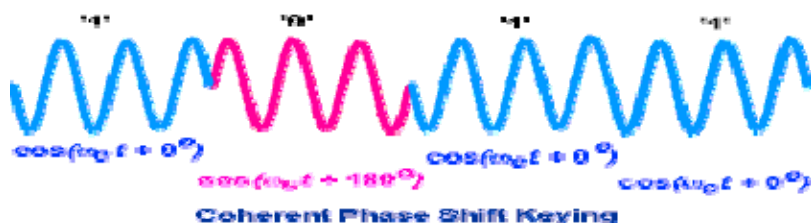
- Η FSK έχει σχετικά μικρότερη απόδοση εύρους ζώνης από τις ASK και PSK.

- Ο ρυθμός εμφάνισης εσφαλμένων bit και συμβόλων της FSK είναι χειρότερος από της PSK.

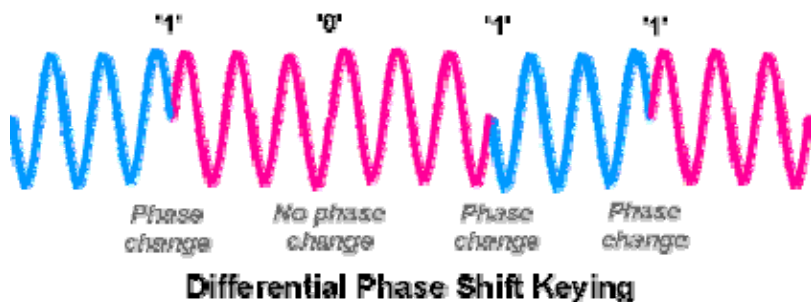
4.3 Ψηφιακή Διαμόρφωση φάσης (PSK)

Στην Ψηφιακή Διαμόρφωση Φάσης (**Phase Shift Keying - PSK**) η πληροφορία περιέχεται στη στιγμιαία φάση του διαμορφωμένου φέροντος. Αυτή η φάση συνήθως ενσωματώνεται στο φέρον και εκτιμάται ως προς ένα σταθερό φέρον αναφοράς γνωστής φάσης, και γι' αυτό ονομάζεται σύμφωνη PSK (coherent PSK). Στη δυαδική διαμόρφωση PSK (Binary PSK, BPSK) χρησιμοποιούνται οι καταστάσεις φάσης 0° και 180°.

Είναι επίσης δυνατή η μετάδοση δεδομένων κωδικοποιημένων με τη μορφή μεταβολών φάσης (διαφορά φάσης) ανάμεσα σε διαδοχικά σύμβολα. Αυτή η μέθοδος ονομάζεται Διαφορικά Σύμφωνη Ψηφιακή Διαμόρφωση Φάσης (Differentially Coherent PSK).



Σχήμα 4-19. Σύμφωνη ψηφιακή διαμόρφωση φάσης

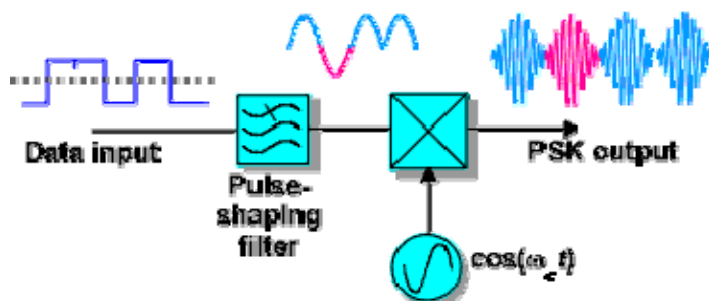


Σχήμα 4-20. Διαφορική ψηφιακή διαμόρφωση φάσης.

Το καταλαμβανόμενο εύρος της BPSK είναι ίδιο με αυτό της ASK, θεωρώντας βεβαίως ότι χρησιμοποιείται η ίδια διαδικασία μορφοποίησης παλμών. Ουσιαστικά μπορούμε εύκολα να θεωρήσουμε για εποπτικούς λόγους, ότι η BPSK είναι ένα σήμα ASK με πλάτη $+A$ και $-A$ αντί για $+A$ και 0 που είναι στην ASK. Όπως στην FSK έτσι κι εδώ αν η μετάβαση από μια συμβολική κατάσταση φάσης στην επόμενη διενεργείται με συνεχή τρόπο, το παραγόμενο φάσμα θα είναι συγκεντρωμένο στον κύριο λοβό. Στην περίπτωση ύπαρξης ασυνεχειών κατά τη μετάβαση από τη μια στην άλλη συμβολική κατάσταση, παρατηρείται σημαντική διασπορά ενέργειας στους δευτερεύοντες λοβούς και συνεπώς σημαντική αύξηση του καταλαμβανόμενου εύρους ζώνης.

4.3.1 Δημιουργία της PSK

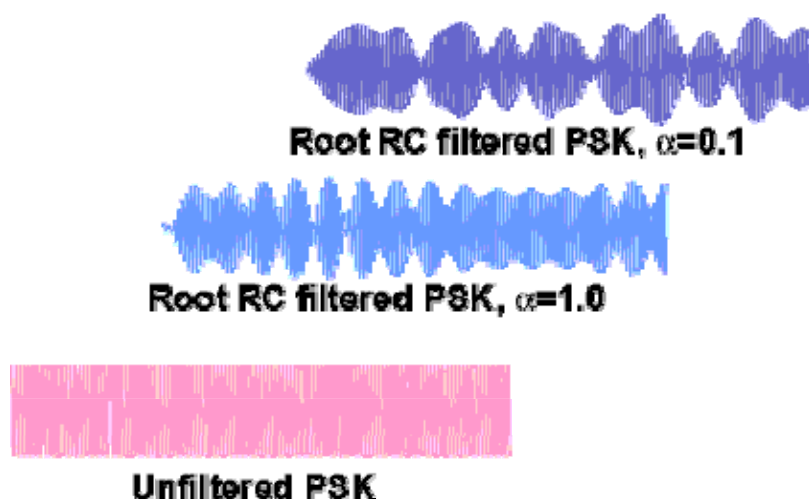
Η γενική μέθοδος παραγωγής PSK παρουσιάζεται στο Σχήμα 4-21. Παρατηρείται, ότι τα δεδομένα μορφοποιούνται κατάλληλα στην βασική ζώνη, πριν ακολουθήσει η διαδικασία της διαμόρφωσης του υψίσυχνου φορέα. Η γραμμικότητα της διαδικασίας διαμόρφωσης διασφαλίζει την επικάθιση της μορφής του φίλτρου βασικής ζώνης ακριβώς επάνω στο διαμορφωμένο σήμα διέλευσης ζώνης.



Σχήμα 4-21. Τυπική διαδικασία παραγωγής κυματομορφής PSK.

Η περιβάλλουσα ενός σήματος PSK το οποίο δεν έχει υποστεί φιλτράρισμα είναι σταθερή. Η εισαγωγή όμως φιλτραρίσματος για να περιοριστεί το εύρος ζώνης του διαμορφωμένου σήματος προκαλεί την εμφάνιση περιβάλλουσας στο σήμα PSK. Ο βαθμός της διαμόρφωσης αυτής της περιβάλλουσας είναι συνάρτηση του βαθμού μορφοποίησης που έχει επιβληθεί στους παλμούς.

Στο παρακάτω Σχήμα εικονίζονται διάφορες περιπτώσεις κυματομορφών PSK μετά από φιλτράρισμα με φίλτρο ρίζας υψωμένου συνημιτόνου (RRC). Όπως αναμένεται, όσο μικρότερος είναι ο παράγοντας κλίσης α , τόσο πιο απότομο είναι το φίλτρο και υψηλότερες οι τιμές κορυφής του σήματος PSK.



Σχήμα 4-22. Επίδραση του φιλτραρίσματος στις κυματομορφές PSK.

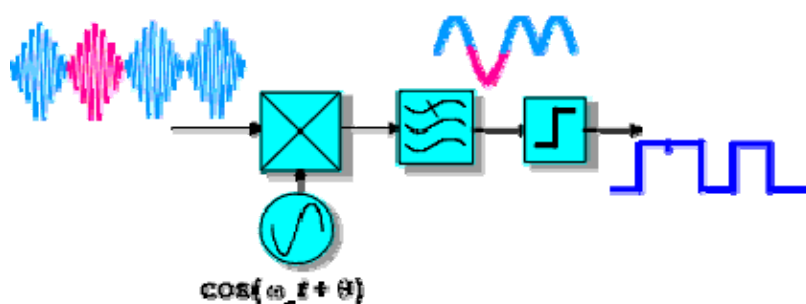
Ο λόγος ισχύος κορυφής προς μέση ισχύ είναι μια σημαντική σχεδιαστική παράμετρος και λαμβάνεται υπόψη στη σχεδίαση πρακτικών modem, ειδικά όταν η διαδικασία εκπομπής έχει περιορισμό ως προς τη μέγιστη ισχύ.

4.3.2 Ανίχνευση της διαμόρφωσης PSK

Δεν υπάρχει ασύμφωνος τρόπος ανίχνευσης της διαμόρφωσης PSK και έτσι πρέπει να χρησιμοποιηθεί κάποια μορφή σύμφωνης

ανίχνευσης. Ο ιδανικός ανιχνευτής, επομένως απαιτεί την ακριβή γνώση της φάσης του αδιαμόρφωτου φορέα στο δέκτη.

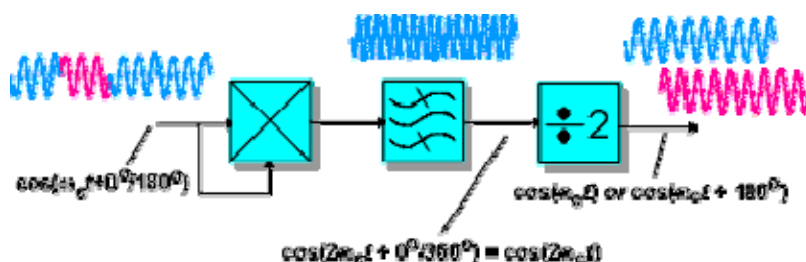
Όπως και στη διαμόρφωση ASK, όταν υπάρχει σφάλμα φάσης θ στο τοπικά δημιουργούμενο φέρον, τότε μειώνεται η τάση του σήματος στην έξοδο του δέκτη κατά έναν παράγοντα $\cos(\theta)$. Αυτό με τη σειρά του μειώνει το λόγο E_b/N_0 του ανιχνευτή κατά έναν παράγοντα $\cos^2(\theta)$. Επομένως πρέπει να υπάρχει μηδενικό σφάλμα φάσης για να έχουμε τη βέλτιστη ανίχνευση. Εάν η διαφορά φάσης φθάσει τις 90° , η έξοδος γίνεται μηδέν.



Σχήμα 4-23. Ανίχνευση της διαμόρφωσης PSK.

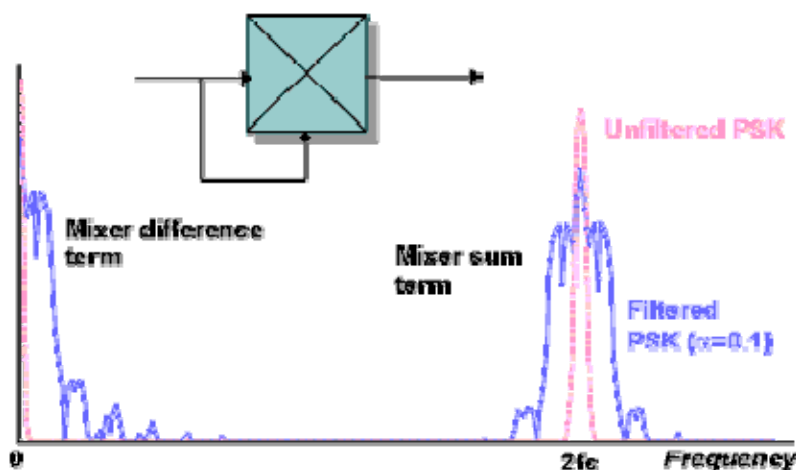
4.3.3 Ανάκτηση φέροντος για τη σύμφωνη διαμόρφωση PSK

Για να διασφαλίσουμε ότι η φάση του ανακτημένου φέροντος είναι σχεδόν 0° , είναι αναγκαίο είτε να εκπέμψουμε ένα σήμα αναφοράς φάσης φέροντος μαζί με το σήμα των δεδομένων, είτε να δημιουργήσουμε τη στάθμη αναφοράς από το εισερχόμενο σήμα των δεδομένων.



Σχήμα 4-24. Ανάκτηση φέροντος για τη σύμφωνη διαμόρφωση PSK.

Μια αναφορά που να προκύπτει από τα δεδομένα μπορεί να πραγματοποιηθεί στην περίπτωση της BPSK, λαμβάνοντας υπόψη ότι η ύψωση του σήματος στο τετράγωνο θα μετατρέψει τις φάσεις 0° και 180° σε πολλαπλάσια με modulo 2π , και επομένως θα απομακρύνει την διαμόρφωση. Η διαδικασία της ύψωσης στο τετράγωνο επίσης διπλασιάζει τη συχνότητα της συνιστώσας του φέροντος. Αυτός ο όρος διπλασίας συχνότητας πρέπει να απομακρυνθεί με φιλτράρισμα, ώστε να απομακρυνθεί ο θόρυβος και τέλος πρέπει η συχνότητα να διαιρεθεί στα δύο ώστε να ληφθεί ο ζητούμενος σύμφωνος όρος του φέροντος. Αυτός ο όρος διπλασίας συχνότητας πρέπει να απομακρυνθεί με φιλτράρισμα, ώστε να απομακρυνθεί ο θόρυβος και τέλος πρέπει η συχνότητα να διαιρεθεί στα δύο ώστε να ληφθεί ο ζητούμενος σύμφωνος όρος του φέροντος.

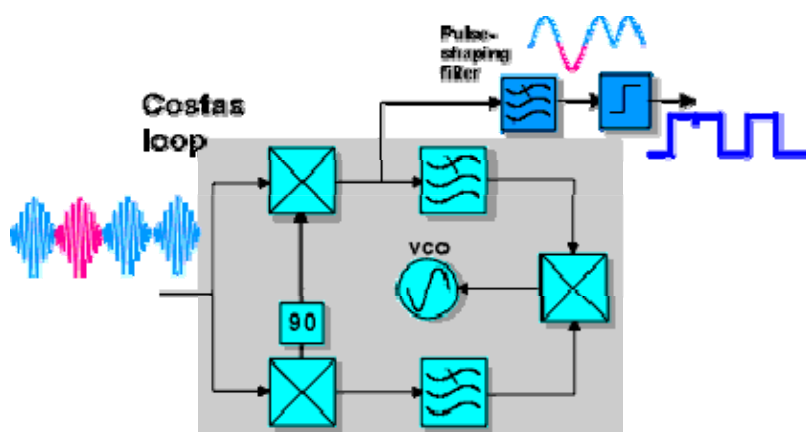
**Σχήμα 4-25.** Έξοδος του κυκλώματος ύψωσης στο τετράγωνο για φιλτραρισμένη και μη φιλτραρισμένη PSK.

Στα συστήματα που χρησιμοποιούν σύμβολα N διαφορετικών καταστάσεων φάσης ($N=2$ στην περίπτωση της δυαδικής PSK), πρέπει να χρησιμοποιηθεί μη γραμμικότητα N -οστής τάξης, ώστε να αναγκάσει τη διαμόρφωση φάσης να γίνει modulo 2π . Η

υπόλοιπη διαδικασία ανάκτησης φέροντος παραμένει η ίδια, πέρα από το ότι απαιτείται η διαίρεση συχνότητας δια N , ώστε να προκύψει φορέας με τη σωστή συχνότητα.

Σε πρακτικά κυκλώματα φιλτραρισμένης διαμόρφωσης PSK, το τετραγωνισμένο σήμα περιέχει μια επιπλέον διαμορφωμένη περιβάλλουσα η οποία εμφανίζεται γύρω από τη διπλάσια συχνότητα του φέροντος. Ευτυχώς τα φίλτρα που στηρίζονται σε PLL είναι αναισθητα στη διαμόρφωση περιβάλλουσας οπότε δε θα επηρεάσει σημαντικά το κύκλωμα ανάκτησης φέροντος. Το φιλτράρισμα που εφαρμόζεται στον όρο διπλάσιας συχνότητας για να μειώσει την επίδραση του θορύβου στο κανάλι είναι, εντούτοις, πολύ σημαντικό για τη μείωση των μεταβολών (ασταθειών) φάσης (phase jitter) που εμφανίζονται στο ανακτημένο φέρον.

Μια πολύ ενδιαφέρουσα παραλλαγή της μεθόδου ανάκτησης φέροντος με τετραγωνισμό είναι η μέθοδος που προτάθηκε από τον Costa. Η μέθοδος κάνει χρήση του λεγόμενου βρόχου Costa (Costas loop), ο οποίος εικονίζεται στο Σχήμα 4-26.



Σχήμα 4-26. Βρόχος του Costa.

Ο βρόχος Costas αποτελείται από δύο βρόχους κλειδωμένης φάσης (PLLs) που λειτουργούν παράλληλα και έναν κοινό VCO ο οποίος δίδει ορθογωνικές εξόδους στον κάθε βρόχο. Η δε διαδικασία τετραγωνισμού που απαιτείται ώστε η φάση των σημάτων PSK να γίνει πολλαπλάσιο του modulo 2 του 2π γίνεται εσωτερικά στο βρόχο Costas λόγω της παρουσίας του τρίτου μίκτη. Τα σημαντικά πλεονεκτήματα του βρόχου Costas είναι τα εξής:

- Δεν δημιουργείται συνιστώσα σε συχνότητα διπλάσια αυτής του φέροντος και επομένως εξαλείφεται η ανάγκη ύπαρξης κυκλώματος διαίρεσης της συχνότητας.
- Η σύμφωνη ανίχνευση δεδομένων συντελείται σε έναν από τους κλάδους του συστήματος PLL, εξαλείφοντας την ανάγκη ύπαρξης άλλων κυκλωμάτων ανίχνευσης.

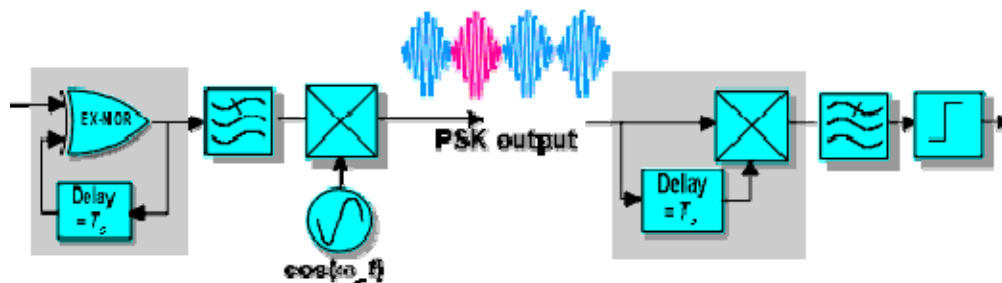
Για την ανάκτηση των δεδομένων όμως με την τεχνική του βρόχου Costas απαιτείται η χρήση κατάλληλου προσαρμοσμένου φίλτρου με ιδιαίτερα στενό εύρος ζώνης ώστε να επιτυγχάνεται καλός υπολογισμός του μέσου θορύβου της σύμφωνης αναφοράς.

4.3.4 Διαφορική διαμόρφωση PSK

Η διαφορική διαμόρφωση PSK (DPSK) βασίζεται στην ίδια λογική της «αλλαγής κατάστασης» για την κωδικοποίηση και αποκωδικοποίηση, που έχει και η DEPSK, αλλά τη βελτιώνει ενσωματώνοντας τη λειτουργία της διαφορικής αποκωδικοποίησης στη λειτουργία της αποδιαμόρφωσης των δεδομένων, και έτσι δε χρειάζεται κανένα μηχανισμό ανάκτησης φέροντος.

Το τμήμα διαφορικής κωδικοποίησης και ο διαμορφωτής PSK είναι κοινά στις μεθόδους DPSK και DEPSK, αλλά ο δέκτης λειτουργεί συγκρίνοντας τη φάση του τρέχοντος εισερχόμενου συμβόλου του φορέα με αυτήν του προηγούμενου. Κατά τη διαδικασία αυτή ο

δέκτης εκτελεί ταυτόχρονα τη "σύμφωνη ανίχνευση" και τη "διαφορική αποκωδικοποίηση" ως μια λειτουργία.



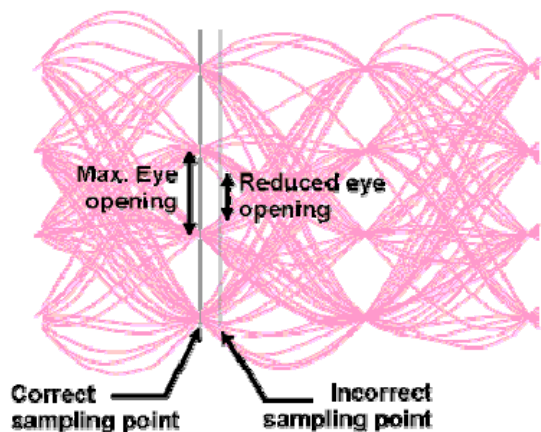
Σχήμα 4-27. Διαφορική διαμόρφωση PSK.

Είναι φανερό ότι αυτή η διαδικασία ανίχνευσης είναι πολύ απλούστερη από αυτή που απαιτείται στην αυθεντική σύμφωνη PSK και γι' αυτό η DPSK χρησιμοποιείται ευρύτατα στα ενσύρματα και ασύρματα modem για σηματοδότηση μέσου ρυθμού μετάδοσης (έως 4800 bps). Η DPSK, όμως, έχει ελαφρά χειρότερη ανοχή στο θόρυβο από την PSK, καθώς η φάση αναφοράς της DPSK είναι τώρα μια θορυβώδης και καθυστερημένη εκδοχή του σήματος εισόδου παρά μία καλά φιλτραρισμένη, πρακτικά απαλλαγμένη από το θόρυβο στάθμη αναφοράς, που προκύπτει από μία διαδικασία ανάκτησης φέροντος.

4.3.5 Ανάκτηση χρονισμού συμβόλων στη διαμόρφωση PSK

Το πρόβλημα της ανάκτησης του χρονισμού των συμβόλων όλων των δυαδικών (binary) μεθόδων διαμόρφωσης που έχουν περιγραφεί έως τώρα (ASK, FSK και PSK) είναι παρόμοιο με αυτό των συμβόλων βασικής ζώνης, θεωρώντας ότι η ανάκτηση χρονισμού γίνεται στα αποδιαμορφωμένα, φιλτραρισμένα δεδομένα. Όλες οι τεχνικές που βασίζονται στην ανίχνευση μηδενικών περασμάτων, τον τετραγωνισμό και την πύλη προπορείας - επιπορείας εμφανίζονται στις σύγχρονες εφαρμογές των modem, μαζί με τεχνικές που

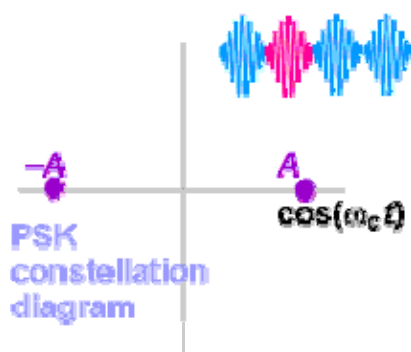
στηρίζονται σε λέξεις συγχρονισμού, τοποθετούμενες στη μέση, την αρχή και το τέλος των μηνυμάτων δεδομένων.



Σχήμα 4-28. Υποβαθμισμένη ανίχνευση συμβόλου λόγω εσφαλμένου χρονισμού της δειγματοληψίας.

4.3.6 Διάγραμμα αστερισμού για τη διαμόρφωση PSK

Το διάγραμμα αστερισμού της δυαδικής διαμόρφωσης PSK εμφανίζει το χαρακτηριστικό της αντιποδικής σηματοδότησης (*antipodal signalling*), δηλαδή εμφανίζει σημεία συμμετρικά ως προς το θόρυβο κατά την ανίχνευση.



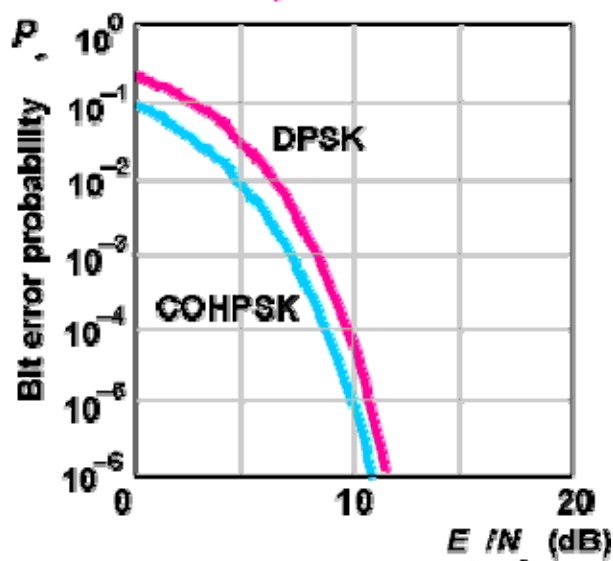
Σχήμα 4-29. Διάγραμμα αστερισμού της PSK.

4.3.7 Ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων στη διαμόρφωση PSK

Η θεωρητικά προσδιορισμένη απόδοση της PSK και της DPSK για την περίπτωση λευκού προσθετικού θορύβου που ακολουθεί την κανονική κατανομή παρουσιάζεται στο Σχήμα 4-30. Η πιθανότητα σφάλματος για την περίπτωση της PSK είναι ακριβώς ίση με την πιθανότητα σφάλματος που προσδιορίστηκε για την περίπτωση διπολικής σηματοδοσίας βασικής ζώνης, δηλαδή $P_e^{PSK} = Q(\sqrt{2E_b/N_0})$.

Στην περίπτωση της DPSK ο ρυθμός εμφάνισης εσφαλμένων bit είναι κατάτι χειρότερος από αυτόν της PSK και δίδεται από τη σχέση $P_e^{DPSK} = 0.5 \exp(-E_b/N_0)$.

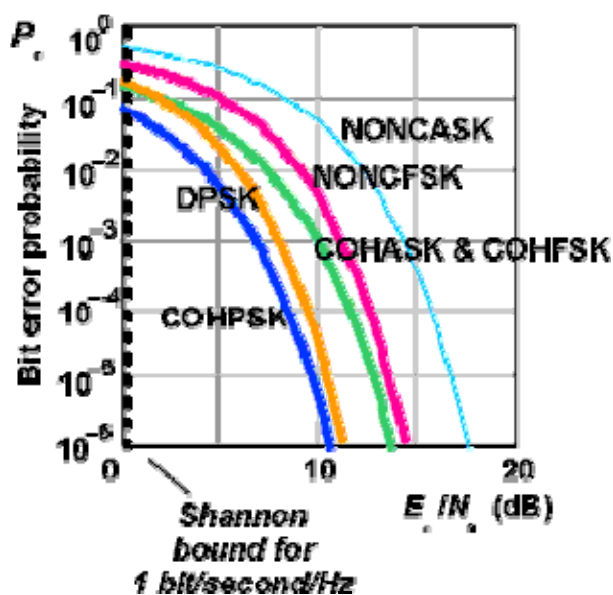
Αξίζει εδώ να σημειωθεί ότι παρά το γεγονός ότι ο ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων είναι ο ίδιος τόσο στη βασική ζώνη όσο και στη διέλευση ζώνης για την PSK, δυστυχώς η φασματική απόδοση μειώνεται στο ήμισυ κατά τη διαδικασία διαμόρφωσης. Έτσι, ενώ η φασματική απόδοση είναι 2bits/s/Hz για δυαδική σηματοδοσία στη βασική ζώνη, μειώνεται στο 1/bit/s/Hz τόσο για την PSK, όσο και για τις υπόλοιπες δυαδικές μορφές ψηφιακής διαμόρφωσης ASK και FSK. Η ανάκτηση της φασματικής απόδοσης των 2bits/s/Hz, καθίσταται δυνατή με τη χρήση τεχνικών ψηφιακής διαμόρφωσης τεσσάρων επιπέδων. Ειδικότερα, στην περίπτωση της διαμόρφωσης QPSK, -η οποία αποτελεί μια μέθοδο PSK τεσσάρων συμβόλων,- λόγω της ορθογωνικότητας μεταξύ των τεσσάρων χρησιμοποιούμενων συμβολικών καταστάσεων ο ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων της είναι ακριβώς ίδιος με αυτόν που παρατηρείται στην BPSK! Αυτός είναι και ο λόγος που η διαμόρφωση QPSK χρησιμοποιείται σήμερα ευρύτατα σε εφαρμογές που απαιτείται πολύ χαμηλό BER για χαμηλές τιμές του λόγου E_b/N_0 .



Σχήμα 4-30. Ρυθμός εμφάνισης εσφαλμένων bit στη διαμόρφωση PSK.

4.4 Σύγκριση δυαδικών μεθόδων ψηφιακής διαμόρφωσης

Στο Σχήμα 4-31 παρουσιάζεται η σύγκριση του ρυθμού εμφάνισης σφαλμάτων για την πλειονότητα των μεθόδων δυαδικής ψηφιακής διαμόρφωσης. Όπως είναι αναμενόμενο η PSK παρουσιάζει την καλύτερη επίδοση, ακολουθούμενη από τη σύμφωνη ορθογωνική FSK και τη σύμφωνη ASK.



Σχήμα 4-31. Σύγκριση του ρυθμού εμφάνισης σφαλμάτων για τις περισσότερες δυαδικές διαμορφώσεις αναφορικά στην ίδια ενέργεια ανά σύμβολο.

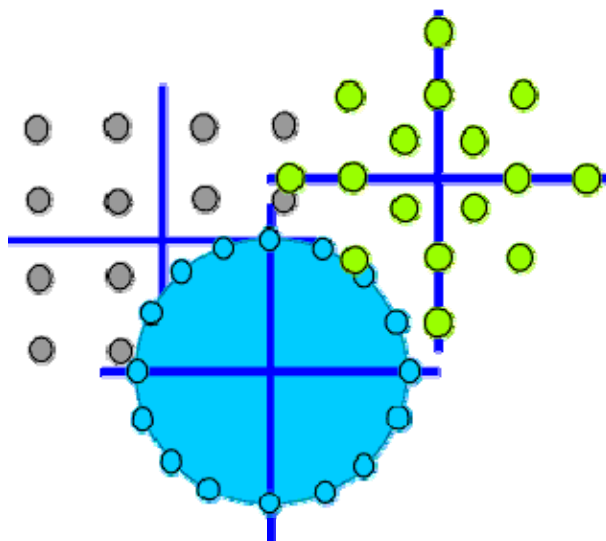
Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα αυτά με το θεωρητικό όριο E_b/N_0 που προκύπτει για φασματική απόδοση 1bit/s/Hz από την εξίσωση των Shannon-Hartley, δηλαδή με την τιμή $E_b/N_0=0\text{dB}$, παρατηρούμε ότι υπάρχει σημαντικό περιθώριο βελτίωσης της απόδοσης των modem απλής σχεδίασης. Πράγματι, με κατάλληλες τεχνικές κωδικοποίησης της πληροφορίας, αντικείμενο της επιστήμης της **Θεωρίας της Πληροφορίας** είναι δυνατόν να βελτιώσουμε την επίδοση των σύγχρονων ψηφιακών συστημάτων επικοινωνίας και να πλησιάσουμε σημαντικά προς το όριο Shannon-Hartley. Περισσότερα για την εφαρμογή των προηγμένων τεχνικών κωδικοποίησης και αλλά και σύνθετης διαμόρφωσης-κωδικοποίησης δίδονται στα πλαίσια του μαθήματος "Νέες Τεχνολογίες στις Επικοινωνίες".

Equation Chapter 5 Section 5

5 ΨΗΦΙΑΚΗ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ

Για να βελτιώσουμε τη φασματική απόδοση της εκπομπής διέλευσης ζώνης, μπορούμε βέβαια να αυξήσουμε τον αριθμό των χρησιμοποιούμενων καταστάσεων συμβόλων (εκτός από την περίπτωση της FSK, όπου η αύξηση του αριθμού των συχνοτήτων θα αυξήσει το καταλαμβανόμενο εύρος ζώνης). Σαν γενικός κανόνας μπορεί να θεωρηθεί ότι η αύξηση του αριθμού των καταστάσεων συμβόλων προκαλεί μείωση της ανοχής στο θόρυβο.

Οι μέθοδοι M-αδικής (M-ary) διαμόρφωσης διέλευσης ζώνης, και ειδικά η M-αδική διαμόρφωση πλάτους, με ορθογωνισμό φάσης (QAM), χρησιμοποιούνται ευρέως σε ενσύρματες, αλλά και ασύρματες ψηφιακές επικοινωνιακές ζεύξεις.

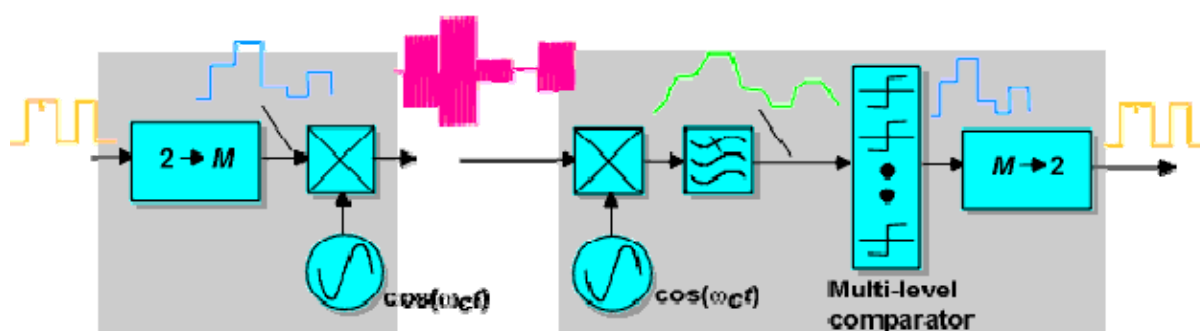


Σχήμα 5-1. M-αδική διαμόρφωση.

5.1 M-αδική ψηφιακή διαμόρφωση πλάτους (M-αδική ASK)

Η επέκταση της έννοιας της δυαδικής διαμόρφωσης ASK στην ASK πολλαπλών επιπέδων γίνεται απλά, καθώς οι διαδικασίες δημιουργίας και ανίχνευσης απλώς επεκτείνονται, απαιτώντας σύγκριση ανάμεσα σε πολλαπλά επίπεδα τάσης της ανακτημένης περιβάλλουσας του σήματος, με ανίχνευση είτε σύμφωνη είτε ασύμφωνη.

Η ανάκτηση του φορέα στην M-αδική ASK γίνεται με τις ίδιες μεθόδους που περιγράφηκαν στην περίπτωση της απλής, δυαδικής ASK.



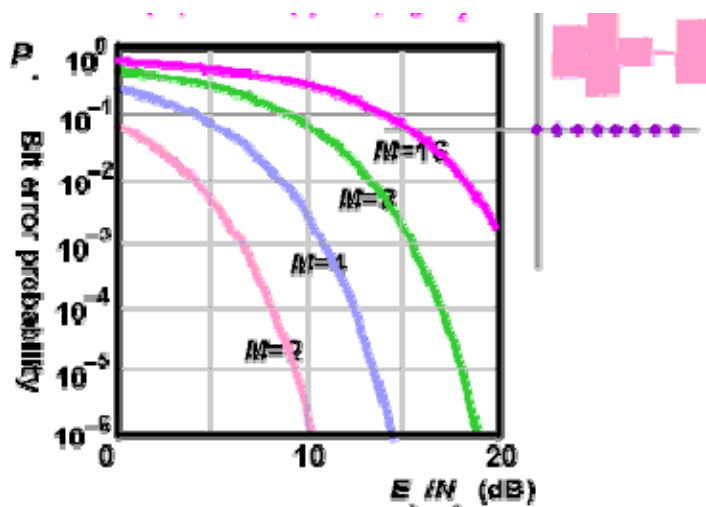
Σχήμα 5-2. Εφαρμογή της M-αδικής ASK.

5.1.1 Απόδοση της M-αδικής ASK

Επειδή δεν υπάρχει η δυνατότητα επέκτασης της εκμετάλλευσης της ορθογωνικότητας στα σύνολα σύμβολων (symbol sets) των M-αδικών διαμορφώσεων ASK, δημιουργείται ένα τίμημα όσον αφορά την απόδοση σχετικά με το ρυθμό εμφάνισης σφαλμάτων, ο οποίος αυξάνεται συγκριτικά με το δυαδικό σύστημα. Ο ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων της M-αδικής ASK δίδεται από την Εξίσωση (3.11).

Οι σχετικά πτωχές επιδόσεις της M-αδικής διαμόρφωσης ASK στο ρυθμό σφαλμάτων, σε συνδυασμό με την ευαισθησία της μεθόδου σε τυχόν μεταβολές απολαβής που προκαλεί το κανάλι και την ανάγκη ικανοποιητικής γραμμικότητας στη συνολική διαδικασία

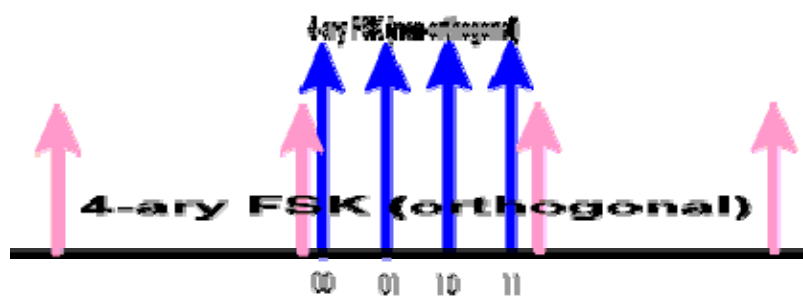
αφήνουν μόνο λίγα περιθώρια για πρακτική εφαρμογή της ASK πέραν από τη δυαδική μορφή της.



Σχήμα 5-3. Απόδοση της M-αδικής ASK.

5.2 M-αδική ψηφιακή διαμόρφωση συχνότητας (M-αδική FSK)

Σε αντίθεση με τη M-αδική διαμόρφωση ASK και πολλές από τις μέχρι τώρα αναλύσεις, η M-αδική FSK είναι μια εξαιρετικά ενδιαφέρουσα μέθοδος διαμόρφωσης, επειδή αυξάνει την ανοχή στο θόρυβο του συστήματος ως προς τη δυαδική διαμόρφωση FSK και επομένως επιτρέπει στο σχεδιαστή να επιτύχει αξιόπιστη μετάδοση δεδομένων σε περιβάλλον υψηλού θορύβου. Αυτό είναι δυνατόν μόνον εάν χρησιμοποιηθεί ένα σύνολο 'ορθογωνικών' συμβόλων, με ακριβώς προσδιορισμένες ισαπέχουσες συχνότητες, που απαιτεί ένα μεγάλο εύρος ζώνης. Η M-αδική FSK με ορθογώνια σηματοδοσία είναι μία από τις λίγες τεχνικές όπου η απόδοση του modem πλησιάζει το όριο Shannon για λειτουργία με τον ελάχιστο λόγο E_b/N_0 δηλαδή -1.6dB .



Σχήμα 5-4. Εφαρμογή της M-αδικής FSK.

Είναι επίσης δυνατό να χρησιμοποιούμε M-αδική διαμόρφωση FSK χρησιμοποιώντας 'μη-ορθογωνικές' συχνότητες συμβόλων, όπως είδαμε στη δυαδική FSK. Τοποθετώντας τις συχνότητες πολύ κοντά τη μια στην άλλη, είναι δυνατό να συμπίξουμε τέσσερα σύμβολα στο χώρο δύο συμβόλων, για παράδειγμα, και έτσι να βελτιώσουμε την απόδοση εύρους ζώνης ως προς τη δυαδική FSK (BFSK). Σε αυτήν την περίπτωση η ανοχή στο θόρυβο του M-αδικού συστήματος FSK μειώνεται, σε σύγκριση με αυτήν του δυαδικού συστήματος, καθώς οι συχνότητες των συμβόλων δεν είναι πια ορθογώνιες.

5.2.1 Ιδιότητες των ορθογωνικών συμβόλων

Δύο συμβολικές καταστάσεις $a_i(t)$ και $a_j(t)$ είναι ορθογωνικές μεταξύ τους (δηλαδή ασυσχέτιστες), όταν:

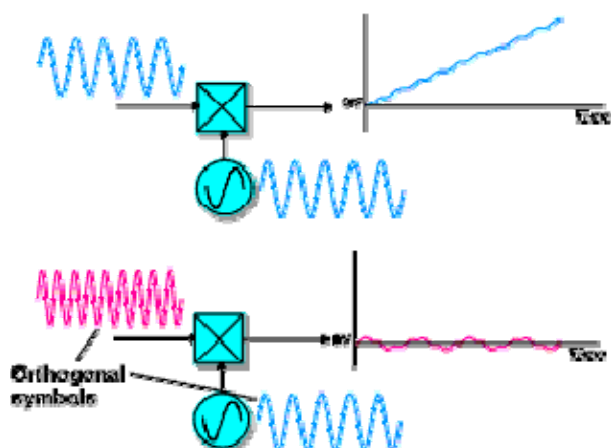
$$\int_0^{T_s} a_i(t) \cdot a_j(t) \cdot dt = 0, \text{ για } i \neq j \quad (5.1)$$

Εάν οι συχνότητες των συμβόλων της M-αδικής FSK επιλεγούν έτσι ώστε να έχουν τη μορφή:

$$a(t) = \cos\left(2\pi ft + \frac{2\pi mt}{2T_s}\right) \quad (5.2)$$

όπου $m=1, 2, 3, \dots, M$, τότε οι προκύπτουσες συχνότητες είναι ορθογωνικές μεταξύ τους στο διάστημα μιας περιόδου συμβόλου.

Η πρακτική ερμηνεία του ορισμού της ορθογωνικότητας είναι ότι, εάν ένα σύμβολο $\alpha_i(t)$ αναμιχθεί με έναν φέρον αναφοράς που έχει τη συχνότητα και φάση ενός άλλου συμβόλου $\alpha_j(t)$, τότε η μέση τιμή της εξόδου του μίκτη για χρονικό διάστημα μιας περιόδου, που λαμβάνεται χρησιμοποιώντας ένα προσαρμοσμένο φίλτρο ή έναν ολοκληρωτή, θα είναι μηδέν. Αυτό σημαίνει ότι με την ορθογωνική σηματοδосία είναι δυνατόν να αυξήσουμε τον αριθμό των καταστάσεων συμβόλων χωρίς να επηρεάσουμε την έξοδο ενός συγκεκριμένου σύμφωνου ανιχνευτή, και επομένως χωρίς να αυξήσουμε την πιθανότητα εμφάνισης σφάλματος στον κάθε ανιχνευτή.



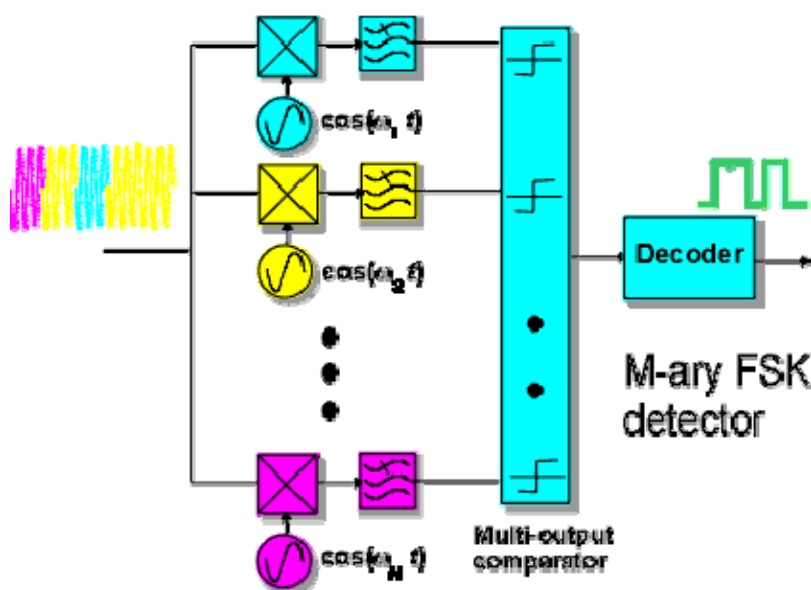
Σχήμα 5-5. Ιδιότητες των ορθογώνιων συμβόλων.

Καθώς αυξάνουμε τον αριθμό των ορθογώνιων συμβόλων που χρησιμοποιούνται για τη μετάδοση, μπορούμε να αυξήσουμε τη διάρκεια του κάθε συμβόλου, έτσι ώστε να διατηρήσουμε τον ίδιο ρυθμό εκπομπής πληροφορίας. Όσο μεγαλύτερη είναι η διάρκεια ενός συμβόλου, τόσο μεγαλύτερος είναι ο χρόνος για τον υπολογισμό της μέσης τιμής του συμβόλου, και επομένως τόσο αυξάνει ο λόγος S/N στην έξοδο του δέκτη, βελτιώνοντας επομένως την πιθανότητα ορθής ανίχνευσης συμβόλου. Η ορθογωνική διαμόρφωση FSK μπορεί θεωρητικά να έχει οποιοδήποτε

αριθμό ορθογώνιων καταστάσεων συμβόλων, αλλά με τίμημα το συνεχώς αυξανόμενο εύρος ζώνης.

5.2.2 Ανίχνευση της ορθογωνικής διαμόρφωσης FSK

Ένας τυπικός ανιχνευτής της M-αδικής διαμόρφωσης FSK αποτελείται από ένα σύνολο συσχετιστών (δηλαδή μικτών με σύμφωνα φέροντα αναφοράς), που ακολουθούνται από ένα κύκλωμα λήψης απόφασης, το οποίο αποφασίζει ποιος συσχετιστής έχει μεγαλύτερη έξοδο και επομένως ποιο σύμβολο είχε σταλεί. Καθώς ο αριθμός των καταστάσεων συμβόλων που χρησιμοποιούνται τείνει στο άπειρο, ο χρόνος υπολογισμού της μέσης τιμής κάθε συμβόλου αυξάνει υπερβολικά οπότε η επίδραση του θορύβου μειώνεται στο μηδέν. Η απαιτούμενη τιμή του λόγου E_b/N_0 για μετάδοση χωρίς σφάλματα θα προσεγγίζει τότε το όριο Shannon-Hartley του -1.6dB για το οποίο μπορεί να επιτευχθεί επικοινωνία χωρίς σφάλματα ανεξάρτητα από το πόσες καταστάσεις συμβόλων χρησιμοποιούνται και συνεπώς ανεξάρτητα από το πόσο μεγάλο εύρος ζώνης χρησιμοποιείται.



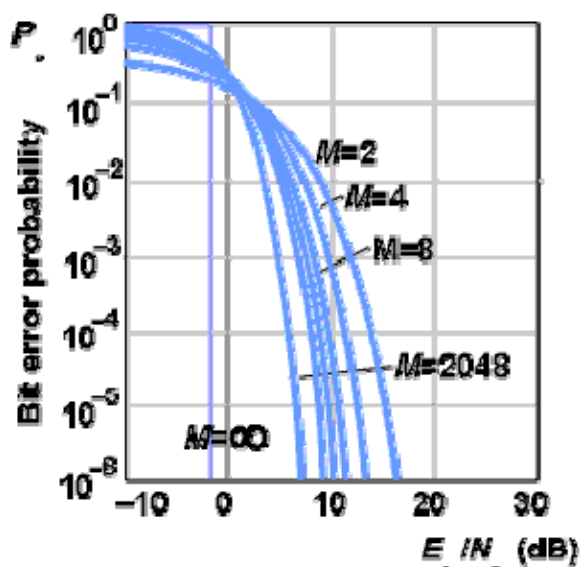
Σχήμα 5-6. Ανιχνευτής M-αδικής διαμόρφωσης FSK.

5.2.3 Ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων στην M-αδική FSK

Ο ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων στην περίπτωση της M-αδικής FSK δίδεται από τη σχέση:

$$P_e^{M\text{-aryFSK}} = 1 - \frac{1}{\pi^{M/2}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2} \left(\int_{\infty}^{z+\sqrt{E_b/N_0}} e^{-y^2} dy \right) dz \quad (5.3)$$

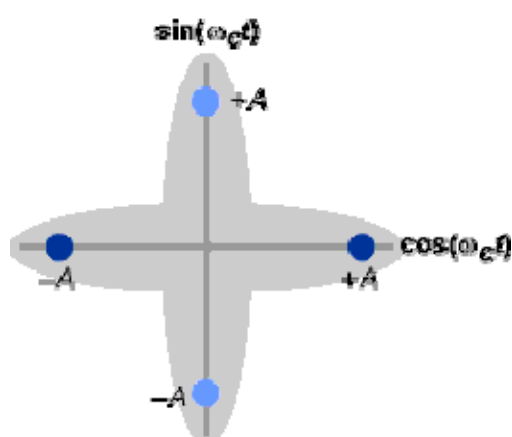
η οποία δεν μπορεί φυσικά να υπολογιστεί αναλυτικά αλλά μόνο με αριθμητικές μεθόδους. Εφαρμόζοντας λοιπόν κατάλληλες αριθμητικές μεθόδους προκύπτει το Σχήμα 5-7, το οποίο απεικονίζει τον ρυθμό εμφάνισης σφαλμάτων της M-αδικής ορθογωνικής FSK, συναρτήσει του αριθμού συμβολικών καταστάσεων.



Σχήμα 5-7. Ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων M-αδικής ορθογωνικής FSK.

5.3 Μ-αδική ψηφιακή διαμόρφωση φάσης (Μ-αδική PSK)

Έχουμε ήδη δει στην περίπτωση της Μ-αδικής διαμόρφωσης FSK ότι ένα σύνολο ορθογώνιων συμβόλων καθιστά δυνατή την ταυτόχρονη αποστολή δύο ή περισσότερων συμβόλων στο κανάλι, χωρίς να επηρεάζει την απόδοση της διαδικασίας σύμφωνης ανίχνευσης κάθε επιμέρους συμβόλου. Προκύπτει ότι, όπως υπάρχει ορθογωνικότητα ανάμεσα σε συγκεκριμένες τιμές συχνοτήτων, υπάρχει ορθογωνικότητα και μεταξύ ενός ημιτονικού και ενός συνημιτονικού όρου, όταν λαμβάνεται η μέση τιμή τους σε χρονικό διάστημα ενός ακέραιου αριθμού κύκλων του φέροντος. Αυτό σημαίνει ότι εάν εκπέψουμε δυαδική πληροφορία PSK στο συνημιτονικό όρο ενός φέροντος και ταυτόχρονα εκπέψουμε ένα δεύτερο σήμα δυαδικής πληροφορίας στον ημιτονικό του ίδιου φέροντος, τότε θα είναι δυνατό να ανιχνεύσουμε ανεξάρτητα τα δύο σήματα. Για να γίνει αυτό η μόνη προϋπόθεση είναι ο κάθε ανιχνευτής να υπολογίσει τη μέση τιμή κατά την διάρκεια μιας περιόδου συμβόλου, που να διαρκεί έναν ακέραιο αριθμό ολόκληρων κύκλων του φέροντος.

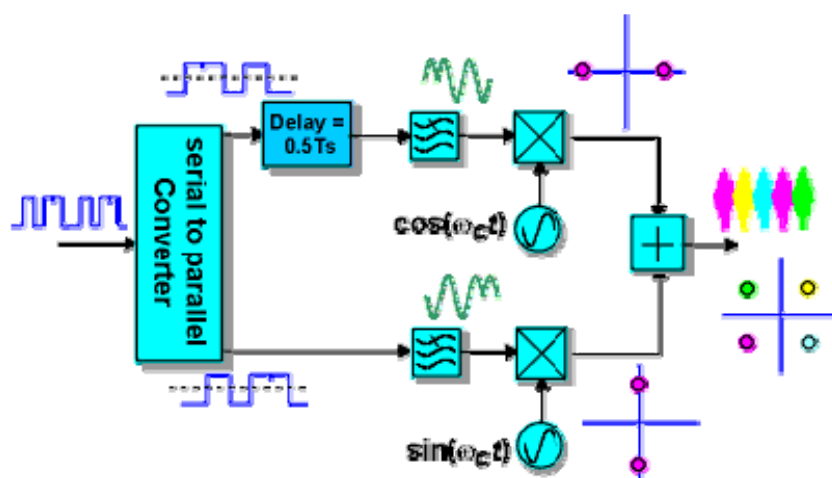


Σχήμα 5-8. Διάγραμμα αστερισμού διαμόρφωσης μετατόπισης φάσης με ορθογωνισμό (QPSK).

Μπορούμε από τα παραπάνω να φανταστούμε ένα σύστημα διαμόρφωσης PSK με τέσσερις καταστάσεις φάσης, 0° , 90° , 180° και 270° , σε ορθογωνικότητα φάσης (quadrature) 90° η μία από την άλλη. Επομένως αυτή η τετραδική μέθοδος PSK ονομάζεται *Διαμόρφωση Μετατόπισης Φάσης με Ορθογωνισμό (Quadrature Phase Shift Keying, QPSK)*. Η ιδιότητα της ορθογωνικότητας της QPSK σημαίνει ότι η μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αποστολή πληροφορίας με ταχύτητα διπλάσια από αυτήν της BPSK στο ίδιο εύρος ζώνης, χωρίς να υποβαθμιστεί η απόδοση της ανίχνευσης ως προς την BPSK.

5.3.1 Υλοποίηση της QPSK

Το διάγραμμα βαθμίδων ενός διαμορφωτή και ανιχνευτή QPSK εικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Στην ουσία πρόκειται για δύο συστήματα διαμόρφωσης BPSK που χρησιμοποιούν ορθογωνικά φέροντα τα οποία αθροίζονται παράλληλα. Τα δεδομένα της πηγής χωρίζονται καταρχήν σε δύο ακολουθίες, συνήθως στέλνοντας τα εισερχόμενα bit εναλλάξ στον άνω και τον κάτω διαμορφωτή. Η κάθε ακολουθία εμφανίζεται με το ήμισυ του αρχικού ρυθμού. Μπορούν επιπλέον να χρησιμοποιηθούν συμβατικά φίλτρα ρίζας υψωμένου συνημιτόνου για να μορφοποιηθούν στο κάθε κανάλι οι παλμοί των δεδομένων προτού υποστούν διαμόρφωση.



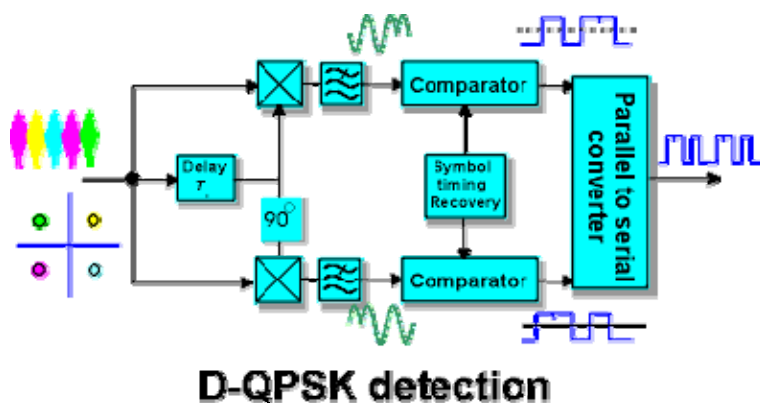
Σχήμα 5-9: Υλοποίηση της διαμόρφωσης Offset QPSK.

Το διάγραμμα αστερισμού του συνολικού εκπεμπόμενου συνόλου συμβόλων μας δείχνει ότι οι καταστάσεις φάσεως που παρατηρούνται στο κανάλι είναι στραμμένες κατά 45° ως προς τις καταστάσεις φάσεως των δυο ξεχωριστών πηγών BPSK.

5.3.2 Εφαρμογή της QPSK

Ενας σύμφωνος δέκτης διαμόρφωσης QPSK απαιτεί ακριβή ανάκτηση φέροντος και χρησιμοποιεί μια διαδικασία ύψωσης στην τέταρτη δύναμη για να αποκαταστήσει τις καταστάσεις φάσεως 90° σε ακριβή υποπολλαπλάσια του 2π (modulo 2π).

Επιπρόσθετα, απαιτείται ένα ακριβές κύκλωμα για την ανάκτηση χρονισμού των συμβόλων για την δειγματοληψία της αποδιαμορφωμένης και φιλτραρισμένης ακολουθίας δεδομένων.



Σχήμα 5-10: Ανίχνευση της διαμόρφωσης QPSK

Τα δεδομένα που εμφανίζονται στην έξοδο των συγκριτών ανασυντίθενται σε μια ενιαία ακολουθία δεδομένων χρησιμοποιώντας έναν μετατροπέα παράλληλης επικοινωνίας σε σειριακή.

5.3.3 Ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων στην QPSK

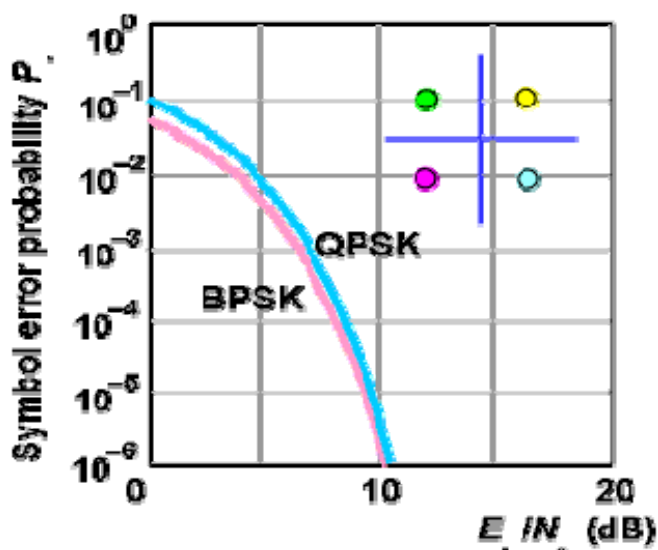
Όπως ήδη αναφέρθηκε στη διαπραγμάτευση της BPSK ο ρυθμός εμφάνισης εσφαλμένων bit στην QPSK είναι θεωρητικά όμοιος με αυτόν της BPSK. Εν τούτοις, εάν η αναφορά φέροντος δεν είναι απόλυτα σύμφωνη ως προς τη φάση, δεν θα μειωθεί μόνο η τάση εξόδου του επιθυμητού σήματος, αλλά θα υπάρξει συνακρόαση (crosstalk) μεταξύ των ανιχνευτών εξαιτίας των ορθογωνικών συμβόλων με αποτέλεσμα την επιπρόσθετη υποβάθμιση της απόδοσης. Δηλαδή, η QPSK εμφανίζει μεγαλύτερη ευαισθησία στην αστάθεια φάσης απ' ό,τι η BPSK κατά τη διαδικασία ανάκτησης του φέροντος.

Αναφορικά στο ρυθμό εμφάνισης εσφαλμένων συμβόλων, η QPSK λογικά εμφανίζεται χειρότερη απ' ό,τι η BPSK καθότι δεν είναι δύσκολο να δει κανείς με απλή επισκόπηση του διαγράμματος αστερισμού των δύο διαμορφώσεων, ότι οι αποστάσεις συμβόλων της QPSK είναι μικρότερες από αυτές της BPSK. Πρέπει όμως να θυμόμαστε ότι στην περίπτωση της QPSK, μεταφέρονται 2 bit πληροφορίας ανά σύμβολο, και η πιθανότητα να είναι και τα δύο εσφαλμένα είναι πολύ μικρότερη από το να είναι μόνο ένα bit με την προϋπόθεση ότι χρησιμοποιείται κωδικοποίηση Gray. Λαμβάνοντας αυτό υπόψη, προκύπτει ότι ο ρυθμός εμφάνισης εσφαλμένων bit στην QPSK θα είναι σαφώς μικρότερος από το ρυθμό εμφάνισης συμβόλων, οι οποίοι δίδονται αντίστοιχα, από τις σχέσεις:

$$P_e^{QPSK} = P_e^{BPSK} = Q\left(\sqrt{2E_b/N_0}\right) \quad (5.4)$$

$$P_s^{QPSK} = \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \cdot \left[1 - \frac{1}{4} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)\right] \quad (5.5)$$

Η σύγκριση μεταξύ των πιθανοτήτων εμφάνισης εσφαλμένων bit και συμβόλων στην περίπτωση της QPSK, παρουσιάζεται στο Σχήμα 5-11.



Σχήμα 5-11. Ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων στην QPSK και σύγκριση με την BPSK.

5.3.4 Διαφορική διαμόρφωση QPSK (DQPSK)

Η αβεβαιότητα φάσης που παρατηρείται στην ανάκτηση του φέροντος στην BPSK, εμφανίζεται επίσης και στην QPSK. Για τον λόγο αυτό, χρησιμοποιούνται διάφορες τεχνικές προς επίρρωση του προβλήματος αυτού, όπως π.χ., τοποθέτηση προπομπών (preambles) στην αρχή, η διαφορική κωδικοποίηση και αποκωδικοποίηση ή η από κοινού χρήση διαφορικής κωδικοποίησης και διαφορικής ανίχνευσης φάσης.

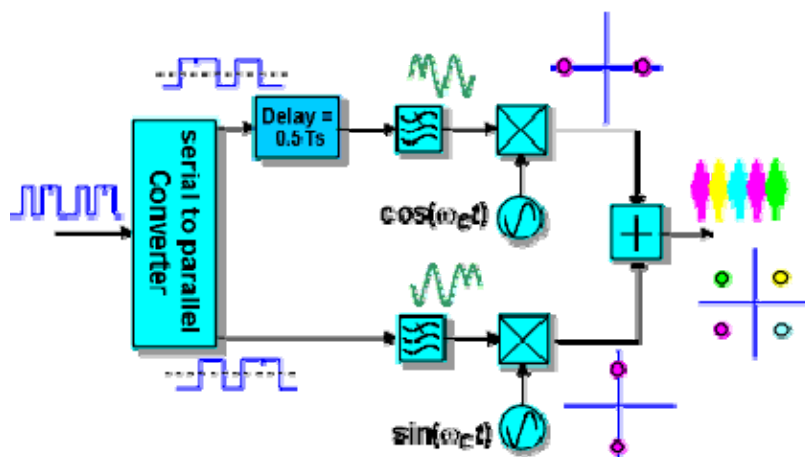
Είναι κατά συνέπεια προτιμότερο να χρησιμοποιηθεί διαφορική αποδιαμόρφωση της QPSK, αντί για σύμφωνη ανίχνευση σε περιπτώσεις που το ζητούμενο είναι η απλή υλοποίηση της διάταξης του πομποδέκτη. Στην ουσία η DPSK δεν είναι τίποτα άλλο παρά δύο παράλληλα υλοποιημένες BPSK που είναι βεβαίως

ορθογωνικές μεταξύ τους και εφαρμόζεται σε αυτές η κλασική αρχή της διαφορικής κωδικοποίησης.

Η απόδοση της DQPSK αναφορικά στο ρυθμό εμφάνισης σφαλμάτων είναι σημαντικά υποδεέστερη αυτής που αντιστοιχεί στην QPSK. Επιπλέον, η DQPSK δεν μοιράζεται την σπουδαία ιδιότητα της σύμφωνης QPSK, να μη ζημιώνεται η απόδοση σφάλματος όταν βελτιώνεται η φασματική απόδοση. Αυτό οφείλεται κυρίως στο θόρυβο που συνοδεύει τη μίξη του καθυστερημένου συμβόλου αναφοράς με τα ορθογώνια σύμβολα δημιουργώντας συνακρόαση στον αποδιαμορφωτή. Για τους παραπάνω λόγους η DQPSK δεν προτιμάται γενικά από τους σχεδιαστές σύγχρονων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων.

5.3.5 Η διαμόρφωση $\pi/4$ -QPSK

Σύμφωνα με την εκδοχή αυτή της διαμόρφωσης QPSK, το σύνολο των 4 συμβόλων περιστρέφεται κατά $\pi/4$ σε κάθε εκπομπή νέου συμβόλου. Ο λόγος που πραγματοποιείται η περιστροφή αυτή είναι να διασφαλιστεί ότι η διαμορφωμένη περιβάλλουσα δεν θα διέλθει ποτέ από το μηδέν, ελαχιστοποιώντας έτσι το λόγο τιμής κορυφής προς μέση τιμή διαμόρφωσης. Στο Σχήμα 5-12 παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο υλοποιείται η $\pi/4$ -QPSK.



Σχήμα 5-12. Κύκλωμα παραγωγής $\pi/4$ -QPSK.

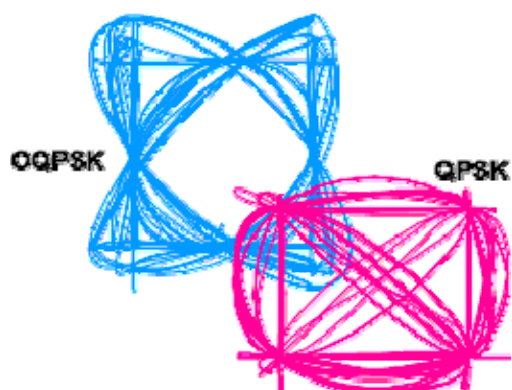
Παραδοσιακά, η σχεδίαση ενισχυτών ισχύος RF με γραμμική απόκριση που να εκτείνεται μέχρι μηδενική τιμή ισχύος είναι εξαιρετικά δύσκολη, και αυτός είναι ο λόγος που ειδικά για περιπτώσεις σχεδίασης ασύρματων modem η διαμόρφωση $\pi/4$ -QPSK προτιμάται σε σχέση με την QPSK. Το Σχήμα 5-13 επιδεικνύει την ιδιότητα της $\pi/4$ -QPSK να μην διέρχεται δηλαδή η περιβάλλουσα του διαμορφωμένου σήματος από το μηδέν.



Σχήμα 5-13. Περιβάλλουσα διαμορφωμένου σήματος κατά $\pi/4$ -QPSK και QPSK.

5.3.6 Η διαμόρφωση O-QPSK

Η διαμόρφωση O-QPSK (Offset QPSK) υλοποιείται κλιμακώνοντας χρονικά τις ακολουθίες των δεδομένων εισόδου κατά διάστημα ίσο με το ήμισυ της περιόδου των συμβόλων, προτού αυτές εισέλθουν στους ορθογωνικούς διαμορφωτές. Τα υπόλοιπα τμήματα των κυκλωμάτων διαμόρφωσης και αποδιαμόρφωσης παραμένουν τα ίδια με αυτά της συνηθισμένης QPSK. Φυσικά, η χρονική κλιμάκωση πρέπει να αποκατασταθεί στο δέκτη. Το Σχήμα 5-14 επιδεικνύει την ιδιότητα της $\pi/4$ -QPSK να μην διέρχεται δηλαδή η περιβάλλουσα του διαμορφωμένου σήματος από το μηδέν.

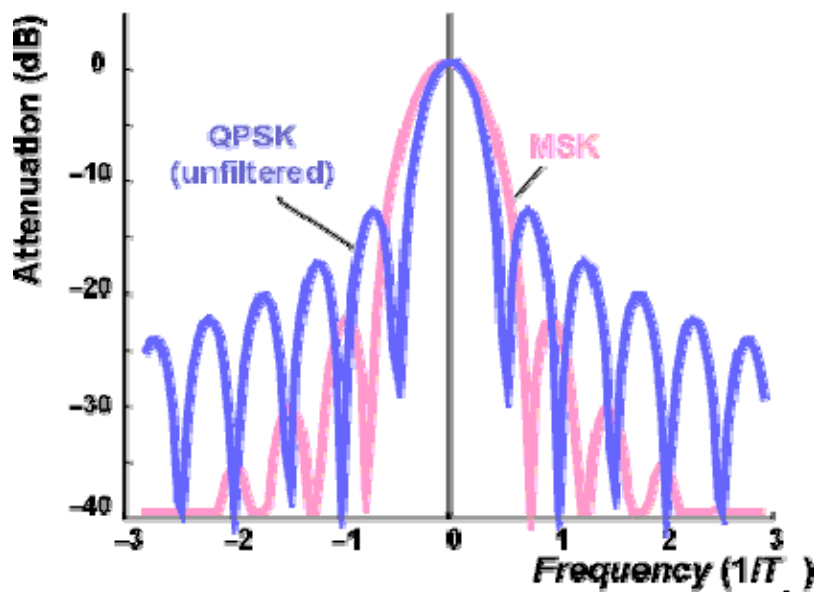


Σχήμα 5-14. Περιβάλλουσα διαμορφωμένου σήματος κατά OQPSK και QPSK.

Τέλος, η απόδοση αναφορικά στο ρυθμό εμφάνισης σφαλμάτων τόσο της $\pi/4$ -QPSK όσο και της OQPSK είναι η ίδια με αυτή της QPSK, θεωρώντας ιδανική σύμφωνη ανίχνευση στο δέκτη.

5.3.7 Το φάσμα της M-αδικής διαμόρφωσης PSK

Στο Σχήμα 5-15 εικονίζεται το εύρος ζώνης που καταλαμβάνεται από τις μεθόδους QPSK (χωρίς φιλτράρισμα) και MSK. Και οι δύο μέθοδοι έχουν την ιδιότητα της σταθερής περιβάλλουσας και επομένως είναι ανεκτικές στην αλλοίωση απολαβής πομπού ή δέκτη. Η διαμόρφωση MSK εμφανίζει ελαφρά ευρύτερο κύριο λοβό από την QPSK, αλλά ταυτόχρονα στην MSK η ενέργεια των πλευρικών λοβών πέφτει πιο γρήγορα. Η ιδιότητα αυτή καθιστά την MSK πιο ελκυστική όταν η παρεμβολή μεταξύ γειτονικών καναλιών αποτελεί σημαντική σχεδιαστική θεώρηση (π.χ. στο σύστημα κινητών επικοινωνιών 2^{ης} γενιάς GSM.)



Σχήμα 5-15. Σύγκριση καταλαμβανόμενου εύρους ζώνης μεταξύ QPSK και MSK.

Βέβαια το σήμα της διαμόρφωσης QPSK μπορεί να φιλτραριστεί, ώστε να ελαττωθεί η ενέργεια που εμφανίζει στους πλευρικούς λοβούς σε οποιαδήποτε επιθυμητή τιμή, αλλά αυτή η διαδικασία θα εισάγει αναπόφευκτα διακυμάνσεις πλάτους στη φιλτραρισμένη κυματομορφή, που θα απαιτούν με την σειρά τους περισσότερη γραμμική επεξεργασία στο τηλεπικοινωνιακό κανάλι. Επιπρόσθετα, σημειώνεται ότι μπορούν να φιλτραριστούν και τα δεδομένα που εισέρχονται στο διαμορφωτή MSK, οπότε θα μειωθεί λίγο περισσότερο η ενέργεια των πλευρικών λοβών.

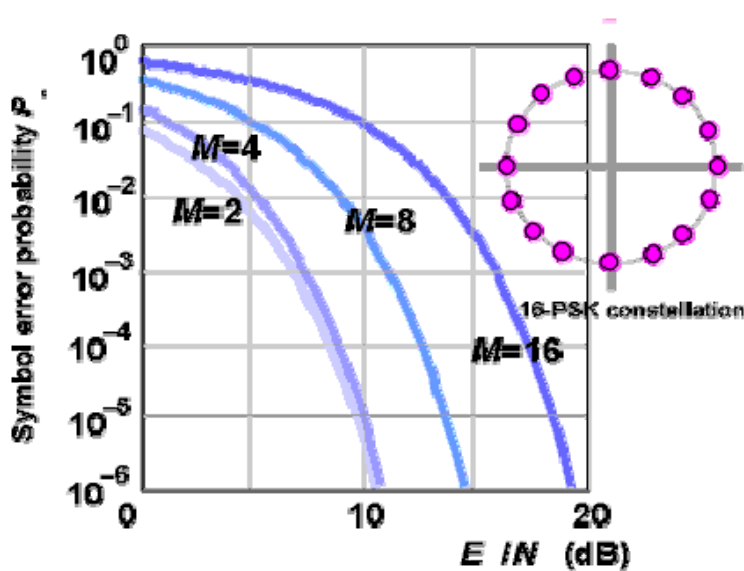
5.3.8 Απόδοση της M-αδικής διαμόρφωσης PSK

Η αύξηση του αριθμού των καταστάσεων συμβόλων της M-αδικής σηματοδοσίας PSK σε πάνω από τέσσερα επιτρέπει επιπλέον βελτιώσεις στην απόδοση εύρους ζώνης, αλλά οι επιπλέον καταστάσεις συμβόλων δε θα είναι πια ορθογώνιες, καθώς δεν θα βρίσκονται στον άξονα ημίτονου ή συνημίτονου του διαγράμματος αστερισμού. Το αποτέλεσμα είναι, ότι για δεδομένο

σηματοθορυβικό λόγο ο ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων για $M > 4$ αυξάνεται απότομα, καθώς το M αυξάνει. Ο ρυθμός εμφάνισης εσφαλμένων συμβόλων στην περίπτωση M -αδικής PSK δίδεται από τη σχέση:

$$P_S^{M-PSK} \approx 2Q\left(\sqrt{2 \cdot \log_2 M \cdot \frac{E_b}{N_0} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)}\right) \quad (5.6)$$

ενώ ο ρυθμός εμφάνισης εσφαλμένων bit από τη σχέση $P_e^{M-PSK} = P_S^{M-PSK} / \log_2 M$. Η γραφική αναπαράσταση του ρυθμού εμφάνισης εσφαλμένων συμβόλων δίδεται στο Σχήμα 5-16.

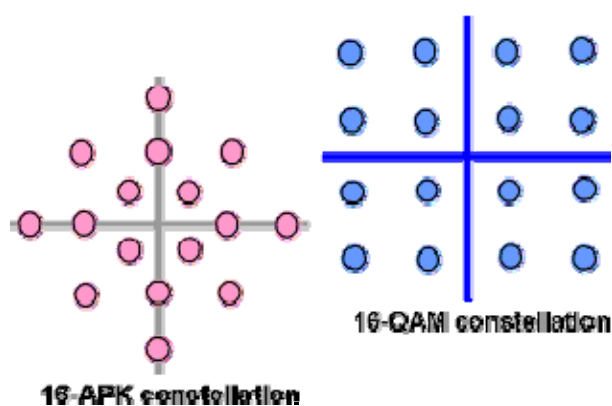


Σχήμα 5-16. Ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων για διάφορες τάξεις M -αδικής PSK.

5.4 Συνδυασμένη ψηφιακή διαμόρφωση πλάτους και φάσης QAM

Μέχρι τώρα έχουμε περιγράψει μόνο διαμορφωτές μιας ιδιότητας, χρησιμοποιώντας σύμβολα φάσης, πλάτους ή συχνότητας για να

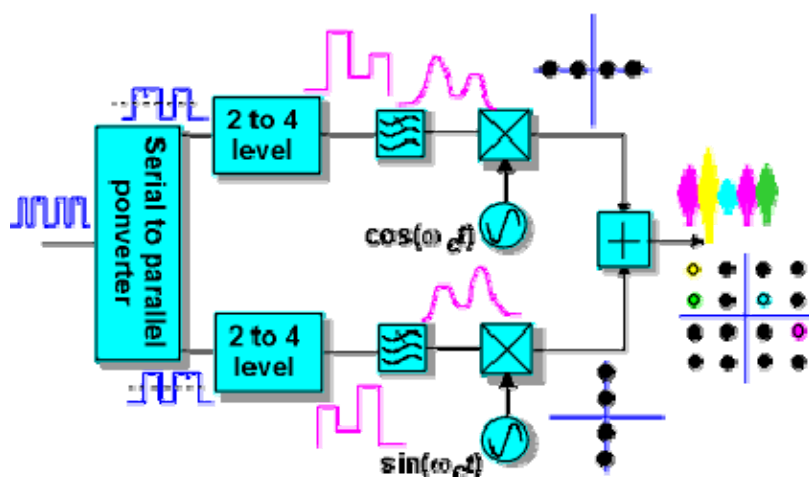
μεταφέρουμε δεδομένα. Συνδυάζοντας το πλάτος και τη φάση συμβόλων προκύπτει ένα είδος σύνθετης διαμόρφωσης που άλλοτε αποκαλείται M-αδική σηματοδοσία APK (Amplitude and Phase Keying) και άλλοτε M-αδική σηματοδοσία QAM (Quadrature Amplitude Modulation), ανάλογα με τους περιορισμούς που τίθενται στη σχέση πλάτους και φάσης. Τα διαγράμματα αστερισμού για 16 συμβολικές καταστάσεις των APK και QAM, δίδονται στο Σχήμα 5-17.



Σχήμα 5-17. Διαγράμματα αστερισμού διαμορφώσεων 16-APK και 16-QAM.

5.4.1 Δημιουργία της διαμόρφωσης QAM

Η απλούστερη μορφή διαμόρφωσης QAM είναι στην πραγματικότητα το σύνολο συμβόλων της QPSK, το οποίο μπορεί να θεωρηθεί ως δύο ορθογώνιοι (με διαφορά φάσης 90°) φορείς διαμορφωμένοι κατά πλάτος, με στάθμες πλάτους $+A$ και $-A$. Αυξάνοντας τον αριθμό των σταθμών πλάτους κάθε φορέα σε τέσσερις, για παράδειγμα $\pm A$ και $\pm 3A$, προκύπτουν 16 δυνατοί συνδυασμοί συμβόλων στην έξοδο του πομπού, οι οποίοι απέχουν εξίσου στο διάγραμμα αστερισμού και αντιπροσωπεύονται από συγκεκριμένο πλάτος και φάση ο καθένας.

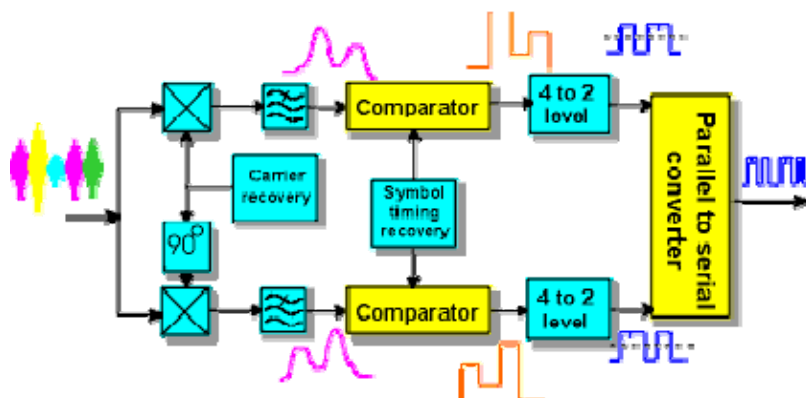


Σχήμα 5-18. Δημιουργία της διαμόρφωσης 16-QAM.

Μπορεί να γίνει επιπλέον μορφοποίηση των παλμών με φιλτράρισμα των ακολουθιών συμβόλων εισόδου βασικής ζώνης με τον ίδιο τρόπο που θα γίνονταν στην περίπτωση της δυαδικής μετάδοσης ASK. Ο διαμορφωτής χρησιμοποιεί και πάλι την ορθογωνικότητα μεταξύ ημιτονικού και συνημιτονικού φέροντος και έτσι επιτρέπει την ανεξάρτητη ανίχνευση των δύο M-αδικών ακολουθιών δεδομένων ASK που εισέρχονται στον δέκτη.

5.4.2 Ανίχνευση της διαμόρφωσης QAM

Η διαμόρφωση QAM μπορεί, όπως και η QPSK, να αποκωδικοποιηθεί είτε με σύμφωνη είτε με διαφορικά σύμφωνη ανίχνευση. Το Σχήμα 5-19 παρουσιάζει τη σύμφωνη ανίχνευση QAM, για την οποία απαιτείται -όπως και στην QPSK- ανάκτηση των ορθογωνικών φερόντων. Εδώ βέβαια το πρόβλημα της αβεβαιότητας φάσης περιπλέκεται ακόμα περισσότερο καθότι στα δεδομένα υπάρχει πλέον και το στοιχείο του πλάτους.



Σχήμα 5-19. Ανίχνευση της διαμόρφωσης 16-QAM.

Στην έξοδο κάθε ορθογωνικού αποδιαμορφωτή προκύπτουν τα σύμβολα βασικής ζώνης πολλαπλών επιπέδων, τα οποία θα πρέπει πριν αναγνωριστούν από το κύκλωμα ανίχνευσης του δέκτη να υποστούν προσαρμοσμένο φιλτράρισμα.

5.4.3 Ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων στη διαμόρφωση QAM

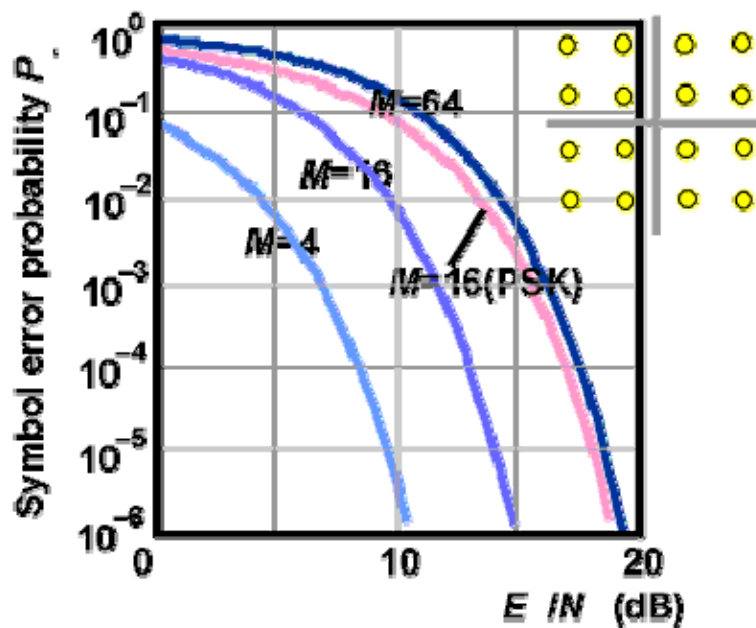
Ο ρυθμός εμφάνισης εσφαλμένων συμβόλων στη διαμόρφωση QAM, δίδεται από τη σχέση:

$$P_s^{QAM} = 1 - (1 - P_m)^2 \quad (5.7)$$

όπου:

$$P_m = \left(2 - \frac{2}{\sqrt{M}}\right) \cdot Q\left(\sqrt{\frac{3k \cdot E_b/N_0}{(M-1)}}\right) \quad (5.8)$$

και απεικονίζεται στο Σχήμα 5-20.



Σχήμα 5-20. Ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων για διάφορες τάξεις M -αδικής QAM.

Τέλος, ο ρυθμός εμφάνισης εσφαλμένων bit στη διαμόρφωση QAM, δίδεται προσεγγιστικά από τη σχέση:

$$P_e^{QAM} \approx P_s^{QAM} / \log_2 M \quad (5.9)$$

5.4.4 Σύγκριση μεταξύ M -αδικών QAM και PSK

Προκειμένου να συγκρίνουμε τις M -αδικές διαμορφώσεις QAM και PSK, πρέπει να θεωρήσουμε και για τις δύο την ίδια μέση ισχύ συμβόλων. Επιχειρώντας τη σύγκριση για τις διαμορφώσεις 16-QAM και 16-PSK ως υπολογίσουμε πρώτα τη μέση ισχύ συμβόλων που αντιστοιχεί στην 16-QAM που χρησιμοποιεί πλάτη $\pm a$ και $\pm 3a$. Αναφερόμενοι στο άνω δεξιό τεταρτημόριο και γνωρίζοντας ότι η ισχύς P που μεταφέρεται από κάθε σύμβολο δίδεται από την γνωστή σχέση $P=V^2/Z$, όπου V το ενεργό πλάτος τάσης και Z η αντίσταση πάνω στην οποία μετράται η ισχύς, έχουμε για την ισχύ των 4 αυτών συμβόλων:

$$\begin{aligned}
 P_{13} &= P_{24} = \frac{a^2 + (3a)^2}{Z} = \frac{10a^2}{Z} \\
 P_{14} &= \frac{(3a)^2 + (3a)^2}{Z} = \frac{18a^2}{Z} \\
 P_{23} &= \frac{a^2 + a^2}{Z} = \frac{2a^2}{Z}
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

Συνολικά, η ισχύς που μεταφέρεται από τα σύμβολα του άνω δεξιά τεταρτημορίου είναι $P_{13} + P_{14} + P_{23} + P_{24} = \frac{10a^2 + 18a^2 + 2a^2 + 10a^2}{Z} = \frac{40a^2}{Z}$, ενώ η συνολική ισχύς ισούται με το τετραπλάσιο αυτής, δηλαδή $P_{tot}^{16-QAM} = 4 \times \frac{40a^2}{Z} = \frac{160a^2}{Z}$. Εφόσον έχουμε 16 συμβολικές καταστάσεις, η μέση μεταφερόμενη ισχύς ισούται με το 1/16 της συνολικής, δηλαδή:

$$P_S^{16-QAM} = \frac{160a^2}{Z} / 16 = \frac{10a^2}{Z} \tag{5.11}$$

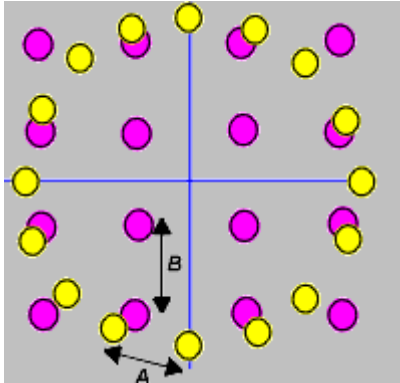
Στην περίπτωση της 16-PSK η μέση ισχύς ανά σύμβολο ισούται απλά με:

$$P_S^{16-PSK} = \frac{V^2}{Z} \tag{5.12}$$

οπότε εξισώνοντας τις σχέσεις (5.11) και (5.12), προκύπτει ότι $V = \sqrt{10}a$. Έτσι μπορεί τώρα να προσδιοριστεί η απόσταση A μεταξύ δύο διαδοχικών συμβόλων της 16-PSK αναφερόμενοι στο ισόπλευρο τρίγωνο περιεχόμενης γωνίας 22.5° ως εξής:

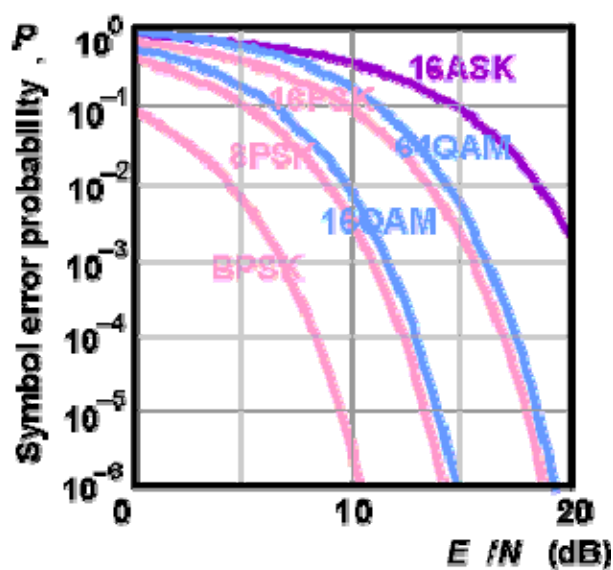
$$A = 2\sqrt{10}a \sin(11.25^\circ) = 1.234a \tag{5.13}$$

Η απόσταση B μεταξύ δύο διαδοχικών συμβόλων της 16-QAM ισούται απλά με 2α , οπότε $B=1.62A$.



Σχήμα 5-21. Διαγράμματα αστερισμού 16-QAM και 16-PSK για την ίδια μέση ισχύ συμβόλου.

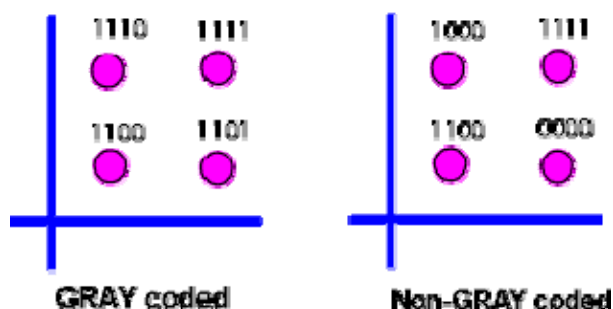
Επομένως, εφόσον η απόσταση B είναι μεγαλύτερη της A , προκύπτει διαισθητικά ότι η διαδικασία ανίχνευσης συμβόλων στην 16-QAM είναι λιγότερο ευάλωτη απ' ό τι αυτή της 16-PSK, ή ισοδύναμα ότι η απόδοση της 16-QAM αναφορικά στο ρυθμό εμφάνισης εσφαλμένων bit είναι καλύτερη από αυτή της 16-PSK για δεδομένο σηματοθορυβικό λόγο E_b/N_0 . Πράγματι, αυτό διαπιστώνεται και στο Σχήμα 5-22, όπου παρουσιάζονται τα διαγράμματα ρυθμού εμφάνισης σφαλμάτων για M -αδικές διαμορφώσεις QAM και PSK διαφόρων τάξεων.



Σχήμα 5-22. Σύγκριση M-αδικών διαμορφώσεων QAM και PSK.

5.4.5 Κωδικοποίηση Gray

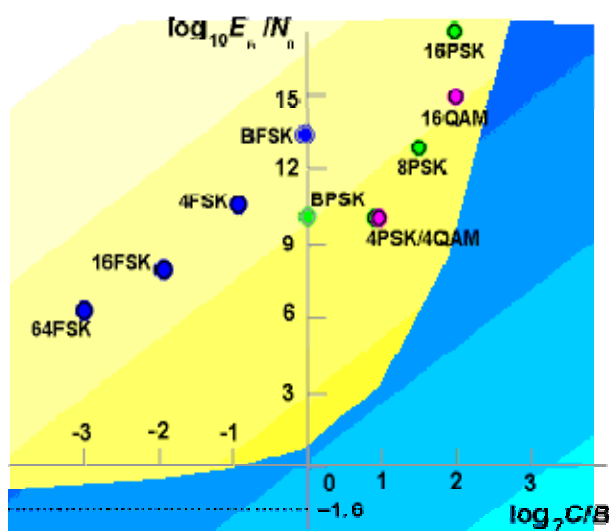
Η ιδέα της κωδικοποίησης Gray, δηλαδή η μέθοδος αντιστοίχισης των bit σύμφωνα με την οποία οι μορφές των διαδοχικών συμβόλων (δηλαδή αυτά που είναι πιθανότερο να ανιχνευθούν εσφαλμένα το ένα αντί του άλλου) διαφέρουν μόνο κατά ένα bit, μπορεί να εφαρμοστεί και στα πλαίσια της M-αδικής σηματοδοσίας ζώνης διέλευσης, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 5-23.



Σχήμα 5-23. Κωδικοποίηση συμβόλων της 16-QAM κατά Gray.

5.4.6 Το όριο Shannon

Το απεικονίζει τα σημεία λειτουργίας των διαφόρων μεθόδων ψηφιακής διαμόρφωσης δυαδικής και Μ-αδικής σηματοδοσίας στο επίπεδο Shannon.



Σχήμα 5-24. Σημεία λειτουργίας διαφόρων μεθόδων διαμόρφωσης στο επίπεδο Shannon.

Μπορεί εύκολα να διαπιστωθεί, ότι κανένα από τα συστήματα Μ-αδικής διαμόρφωσης δεν μπορεί να πλησιάσει αρκετά κοντά στο προβλεπόμενο όριο Shannon, και ότι στις περισσότερες περιπτώσεις η απόστασή τους είναι μεγαλύτερη από 4dB. Για να πλησιάσουμε κοντύτερα στο όριο Shannon, πρέπει να εισάγουμε επιπλέον κωδικοποίηση στα δεδομένα, η οποία θα μας επιτρέψει αρχικά να ανιχνεύσουμε και στη συνέχεια να διορθώσουμε τα σφάλματα. Στα σύγχρονα συστήματα επικοινωνιών χρησιμοποιούνται ευρύτατα τεχνικές κωδικοποίησης καναλιού FEC (Forward Error Correction) υιοθετώντας κατά περίπτωση κωδικοποίηση block (π.χ. Reed-Solomon σε εφαρμογές κινητών επικοινωνιών) ή

συνελικτική κωδικοποίηση (π.χ. Viterbi στην ψηφιακή τηλεόραση). Τέλος, η χρήση τεχνικών συνδυασμένης κωδικοποίησης και διαμόρφωσης (π.χ. Trellis Coded Modulation - TCM) επιτρέπουν την επίτευξη κερδών κωδικοποίησης που πολλές φορές ξεπερνούν ακόμα και τα 6dB, προσεγγίζοντας πλέον το όριο Shannon.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1]. Bateman, A., *Digital Communications Design for the Real World*, Prentice Hall, 1998.
- [2]. Haykin, S., *Communication Systems*, 7th Edition, John Wiley & Sons, 2000.
- [3]. Proakis, J. G. and Salehi, M., *Digital Communications*, 5th Edition, McGraw- Hill Higher Education, 2008.
- [4]. Schwartz, M., *Information, Transmission, Modulation and Noise*, McGraw- Hill, 1990.
- [5]. Papatsoris, A. D., "Digital Communications", Course Notes, Department of Electronics, University of York, U.K., 1999.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Πίνακες τιμών της συνάρτησης Q

x	Q(x)	x	Q(x)	x	Q(x)	x	Q(x)
0,00	5,00E-001	0,50	1,59E-001	1,00	5,00E-001	1,50	1,59E-001
0,01	4,44E-001	0,51	1,56E-001	1,01	4,44E-001	1,51	1,56E-001
0,02	4,21E-001	0,52	1,54E-001	1,02	4,21E-001	1,52	1,54E-001
0,03	4,03E-001	0,53	1,52E-001	1,03	4,03E-001	1,53	1,52E-001
0,04	3,89E-001	0,54	1,49E-001	1,04	3,89E-001	1,54	1,49E-001
0,05	3,76E-001	0,55	1,47E-001	1,05	3,76E-001	1,55	1,47E-001
0,06	3,65E-001	0,56	1,45E-001	1,06	3,65E-001	1,56	1,45E-001
0,07	3,54E-001	0,57	1,43E-001	1,07	3,54E-001	1,57	1,43E-001
0,08	3,45E-001	0,58	1,41E-001	1,08	3,45E-001	1,58	1,41E-001
0,09	3,36E-001	0,59	1,39E-001	1,09	3,36E-001	1,59	1,39E-001
0,10	3,27E-001	0,60	1,37E-001	1,10	3,27E-001	1,60	1,37E-001
0,11	3,20E-001	0,61	1,35E-001	1,11	3,20E-001	1,61	1,35E-001
0,12	3,12E-001	0,62	1,33E-001	1,12	3,12E-001	1,62	1,33E-001
0,13	3,05E-001	0,63	1,31E-001	1,13	3,05E-001	1,63	1,31E-001
0,14	2,98E-001	0,64	1,29E-001	1,14	2,98E-001	1,64	1,29E-001
0,15	2,92E-001	0,65	1,27E-001	1,15	2,92E-001	1,65	1,27E-001
0,16	2,86E-001	0,66	1,25E-001	1,16	2,86E-001	1,66	1,25E-001
0,17	2,80E-001	0,67	1,24E-001	1,17	2,80E-001	1,67	1,24E-001
0,18	2,74E-001	0,68	1,22E-001	1,18	2,74E-001	1,68	1,22E-001
0,19	2,69E-001	0,69	1,20E-001	1,19	2,69E-001	1,69	1,20E-001
0,20	2,64E-001	0,70	1,18E-001	1,20	2,64E-001	1,70	1,18E-001
0,21	2,58E-001	0,71	1,17E-001	1,21	2,58E-001	1,71	1,17E-001
0,22	2,54E-001	0,72	1,15E-001	1,22	2,54E-001	1,72	1,15E-001
0,23	2,49E-001	0,73	1,13E-001	1,23	2,49E-001	1,73	1,13E-001
0,24	2,44E-001	0,74	1,12E-001	1,24	2,44E-001	1,74	1,12E-001
0,25	2,40E-001	0,75	1,10E-001	1,25	2,40E-001	1,75	1,10E-001
0,26	2,35E-001	0,76	1,09E-001	1,26	2,35E-001	1,76	1,09E-001
0,27	2,31E-001	0,77	1,07E-001	1,27	2,31E-001	1,77	1,07E-001
0,28	2,27E-001	0,78	1,06E-001	1,28	2,27E-001	1,78	1,06E-001
0,29	2,23E-001	0,79	1,04E-001	1,29	2,23E-001	1,79	1,04E-001
0,30	2,19E-001	0,80	1,03E-001	1,30	2,19E-001	1,80	1,03E-001
0,31	2,16E-001	0,81	1,02E-001	1,31	2,16E-001	1,81	1,02E-001
0,32	2,12E-001	0,82	1,00E-001	1,32	2,12E-001	1,82	1,00E-001
0,33	2,08E-001	0,83	9,88E-002	1,33	2,08E-001	1,83	9,88E-002
0,34	2,05E-001	0,84	9,75E-002	1,34	2,05E-001	1,84	9,75E-002
0,35	2,01E-001	0,85	9,61E-002	1,35	2,01E-001	1,85	9,61E-002
0,36	1,98E-001	0,86	9,48E-002	1,36	1,98E-001	1,86	9,48E-002
0,37	1,95E-001	0,87	9,36E-002	1,37	1,95E-001	1,87	9,36E-002
0,38	1,92E-001	0,88	9,23E-002	1,38	1,92E-001	1,88	9,23E-002
0,39	1,89E-001	0,89	9,11E-002	1,39	1,89E-001	1,89	9,11E-002
0,40	1,86E-001	0,90	8,99E-002	1,40	1,86E-001	1,90	8,99E-002
0,41	1,83E-001	0,91	8,87E-002	1,41	1,83E-001	1,91	8,87E-002
0,42	1,80E-001	0,92	8,75E-002	1,42	1,80E-001	1,92	8,75E-002
0,43	1,77E-001	0,93	8,63E-002	1,43	1,77E-001	1,93	8,63E-002
0,44	1,74E-001	0,94	8,52E-002	1,44	1,74E-001	1,94	8,52E-002
0,45	1,71E-001	0,95	8,40E-002	1,45	1,71E-001	1,95	8,40E-002
0,46	1,69E-001	0,96	8,29E-002	1,46	1,69E-001	1,96	8,29E-002
0,47	1,66E-001	0,97	8,18E-002	1,47	1,66E-001	1,97	8,18E-002
0,48	1,64E-001	0,98	8,08E-002	1,48	1,64E-001	1,98	8,08E-002
0,49	1,61E-001	0,99	7,97E-002	1,49	1,61E-001	1,99	7,97E-002
0,50	1,59E-001	1,00	7,86E-002	1,50	1,59E-001	2,00	7,86E-002

x	Q(x)	x	Q(x)	x	Q(x)	x	Q(x)
2,00	2,28E-002	2,50	1,27E-002	3,00	2,28E-002	3,50	1,27E-002
2,01	2,25E-002	2,51	1,25E-002	3,01	2,25E-002	3,51	1,25E-002
2,02	2,22E-002	2,52	1,24E-002	3,02	2,22E-002	3,52	1,24E-002
2,03	2,20E-002	2,53	1,22E-002	3,03	2,20E-002	3,53	1,22E-002
2,04	2,17E-002	2,54	1,21E-002	3,04	2,17E-002	3,54	1,21E-002
2,05	2,14E-002	2,55	1,20E-002	3,05	2,14E-002	3,55	1,20E-002
2,06	2,12E-002	2,56	1,18E-002	3,06	2,12E-002	3,56	1,18E-002
2,07	2,09E-002	2,57	1,17E-002	3,07	2,09E-002	3,57	1,17E-002
2,08	2,07E-002	2,58	1,16E-002	3,08	2,07E-002	3,58	1,16E-002
2,09	2,05E-002	2,59	1,14E-002	3,09	2,05E-002	3,59	1,14E-002
2,10	2,02E-002	2,60	1,13E-002	3,10	2,02E-002	3,60	1,13E-002
2,11	2,00E-002	2,61	1,12E-002	3,11	2,00E-002	3,61	1,12E-002
2,12	1,97E-002	2,62	1,10E-002	3,12	1,97E-002	3,62	1,10E-002
2,13	1,95E-002	2,63	1,09E-002	3,13	1,95E-002	3,63	1,09E-002
2,14	1,93E-002	2,64	1,08E-002	3,14	1,93E-002	3,64	1,08E-002
2,15	1,91E-002	2,65	1,07E-002	3,15	1,91E-002	3,65	1,07E-002
2,16	1,88E-002	2,66	1,05E-002	3,16	1,88E-002	3,66	1,05E-002
2,17	1,86E-002	2,67	1,04E-002	3,17	1,86E-002	3,67	1,04E-002
2,18	1,84E-002	2,68	1,03E-002	3,18	1,84E-002	3,68	1,03E-002
2,19	1,82E-002	2,69	1,02E-002	3,19	1,82E-002	3,69	1,02E-002
2,20	1,80E-002	2,70	1,01E-002	3,20	1,80E-002	3,70	1,01E-002
2,21	1,78E-002	2,71	9,95E-003	3,21	1,78E-002	3,71	9,95E-003
2,22	1,76E-002	2,72	9,84E-003	3,22	1,76E-002	3,72	9,84E-003
2,23	1,73E-002	2,73	9,73E-003	3,23	1,73E-002	3,73	9,73E-003
2,24	1,71E-002	2,74	9,62E-003	3,24	1,71E-002	3,74	9,62E-003
2,25	1,69E-002	2,75	9,51E-003	3,25	1,69E-002	3,75	9,51E-003
2,26	1,68E-002	2,76	9,40E-003	3,26	1,68E-002	3,76	9,40E-003
2,27	1,66E-002	2,77	9,29E-003	3,27	1,66E-002	3,77	9,29E-003
2,28	1,64E-002	2,78	9,19E-003	3,28	1,64E-002	3,78	9,19E-003
2,29	1,62E-002	2,79	9,08E-003	3,29	1,62E-002	3,79	9,08E-003
2,30	1,60E-002	2,80	8,98E-003	3,30	1,60E-002	3,80	8,98E-003
2,31	1,58E-002	2,81	8,88E-003	3,31	1,58E-002	3,81	8,88E-003
2,32	1,56E-002	2,82	8,78E-003	3,32	1,56E-002	3,82	8,78E-003
2,33	1,54E-002	2,83	8,68E-003	3,33	1,54E-002	3,83	8,68E-003
2,34	1,53E-002	2,84	8,58E-003	3,34	1,53E-002	3,84	8,58E-003
2,35	1,51E-002	2,85	8,48E-003	3,35	1,51E-002	3,85	8,48E-003
2,36	1,49E-002	2,86	8,39E-003	3,36	1,49E-002	3,86	8,39E-003
2,37	1,47E-002	2,87	8,29E-003	3,37	1,47E-002	3,87	8,29E-003
2,38	1,46E-002	2,88	8,20E-003	3,38	1,46E-002	3,88	8,20E-003
2,39	1,44E-002	2,89	8,10E-003	3,39	1,44E-002	3,89	8,10E-003
2,40	1,42E-002	2,90	8,01E-003	3,40	1,42E-002	3,90	8,01E-003
2,41	1,41E-002	2,91	7,92E-003	3,41	1,41E-002	3,91	7,92E-003
2,42	1,39E-002	2,92	7,83E-003	3,42	1,39E-002	3,92	7,83E-003
2,43	1,37E-002	2,93	7,74E-003	3,43	1,37E-002	3,93	7,74E-003
2,44	1,36E-002	2,94	7,66E-003	3,44	1,36E-002	3,94	7,66E-003
2,45	1,34E-002	2,95	7,57E-003	3,45	1,34E-002	3,95	7,57E-003
2,46	1,33E-002	2,96	7,48E-003	3,46	1,33E-002	3,96	7,48E-003
2,47	1,31E-002	2,97	7,40E-003	3,47	1,31E-002	3,97	7,40E-003
2,48	1,30E-002	2,98	7,32E-003	3,48	1,30E-002	3,98	7,32E-003
2,49	1,28E-002	2,99	7,23E-003	3,49	1,28E-002	3,99	7,23E-003
2,50	1,27E-002	3,00	7,15E-003	3,50	1,27E-002	4,00	7,15E-003

x	Q(x)	x	Q(x)	x	Q(x)	x	Q(x)
4,00	2,34E-003	4,50	1,35E-003	5,00	2,34E-003	5,50	1,35E-003
4,01	2,31E-003	4,51	1,34E-003	5,01	2,31E-003	5,51	1,34E-003
4,02	2,29E-003	4,52	1,32E-003	5,02	2,29E-003	5,52	1,32E-003
4,03	2,26E-003	4,53	1,31E-003	5,03	2,26E-003	5,53	1,31E-003
4,04	2,24E-003	4,54	1,29E-003	5,04	2,24E-003	5,54	1,29E-003
4,05	2,21E-003	4,55	1,28E-003	5,05	2,21E-003	5,55	1,28E-003
4,06	2,19E-003	4,56	1,26E-003	5,06	2,19E-003	5,56	1,26E-003
4,07	2,16E-003	4,57	1,25E-003	5,07	2,16E-003	5,57	1,25E-003
4,08	2,14E-003	4,58	1,24E-003	5,08	2,14E-003	5,58	1,24E-003
4,09	2,12E-003	4,59	1,22E-003	5,09	2,12E-003	5,59	1,22E-003
4,10	2,09E-003	4,60	1,21E-003	5,10	2,09E-003	5,60	1,21E-003
4,11	2,07E-003	4,61	1,20E-003	5,11	2,07E-003	5,61	1,20E-003
4,12	2,05E-003	4,62	1,18E-003	5,12	2,05E-003	5,62	1,18E-003
4,13	2,03E-003	4,63	1,17E-003	5,13	2,03E-003	5,63	1,17E-003
4,14	2,00E-003	4,64	1,16E-003	5,14	2,00E-003	5,64	1,16E-003
4,15	1,98E-003	4,65	1,15E-003	5,15	1,98E-003	5,65	1,15E-003
4,16	1,96E-003	4,66	1,13E-003	5,16	1,96E-003	5,66	1,13E-003
4,17	1,94E-003	4,67	1,12E-003	5,17	1,94E-003	5,67	1,12E-003
4,18	1,92E-003	4,68	1,11E-003	5,18	1,92E-003	5,68	1,11E-003
4,19	1,90E-003	4,69	1,10E-003	5,19	1,90E-003	5,69	1,10E-003
4,20	1,88E-003	4,70	1,08E-003	5,20	1,88E-003	5,70	1,08E-003
4,21	1,86E-003	4,71	1,07E-003	5,21	1,86E-003	5,71	1,07E-003
4,22	1,84E-003	4,72	1,06E-003	5,22	1,84E-003	5,72	1,06E-003
4,23	1,82E-003	4,73	1,05E-003	5,23	1,82E-003	5,73	1,05E-003
4,24	1,80E-003	4,74	1,04E-003	5,24	1,80E-003	5,74	1,04E-003
4,25	1,78E-003	4,75	1,03E-003	5,25	1,78E-003	5,75	1,03E-003
4,26	1,76E-003	4,76	1,02E-003	5,26	1,76E-003	5,76	1,02E-003
4,27	1,74E-003	4,77	1,01E-003	5,27	1,74E-003	5,77	1,01E-003
4,28	1,72E-003	4,78	9,94E-004	5,28	1,72E-003	5,78	9,94E-004
4,29	1,70E-003	4,79	9,84E-004	5,29	1,70E-003	5,79	9,84E-004
4,30	1,68E-003	4,80	9,73E-004	5,30	1,68E-003	5,80	9,73E-004
4,31	1,66E-003	4,81	9,62E-004	5,31	1,66E-003	5,81	9,62E-004
4,32	1,64E-003	4,82	9,52E-004	5,32	1,64E-003	5,82	9,52E-004
4,33	1,63E-003	4,83	9,42E-004	5,33	1,63E-003	5,83	9,42E-004
4,34	1,61E-003	4,84	9,31E-004	5,34	1,61E-003	5,84	9,31E-004
4,35	1,59E-003	4,85	9,21E-004	5,35	1,59E-003	5,85	9,21E-004
4,36	1,57E-003	4,86	9,11E-004	5,36	1,57E-003	5,86	9,11E-004
4,37	1,56E-003	4,87	9,02E-004	5,37	1,56E-003	5,87	9,02E-004
4,38	1,54E-003	4,88	8,92E-004	5,38	1,54E-003	5,88	8,92E-004
4,39	1,52E-003	4,89	8,82E-004	5,39	1,52E-003	5,89	8,82E-004
4,40	1,51E-003	4,90	8,73E-004	5,40	1,51E-003	5,90	8,73E-004
4,41	1,49E-003	4,91	8,63E-004	5,41	1,49E-003	5,91	8,63E-004
4,42	1,47E-003	4,92	8,54E-004	5,42	1,47E-003	5,92	8,54E-004
4,43	1,46E-003	4,93	8,45E-004	5,43	1,46E-003	5,93	8,45E-004
4,44	1,44E-003	4,94	8,35E-004	5,44	1,44E-003	5,94	8,35E-004
4,45	1,43E-003	4,95	8,26E-004	5,45	1,43E-003	5,95	8,26E-004
4,46	1,41E-003	4,96	8,17E-004	5,46	1,41E-003	5,96	8,17E-004
4,47	1,39E-003	4,97	8,09E-004	5,47	1,39E-003	5,97	8,09E-004
4,48	1,38E-003	4,98	8,00E-004	5,48	1,38E-003	5,98	8,00E-004
4,49	1,36E-003	4,99	7,91E-004	5,49	1,36E-003	5,99	7,91E-004
4,50	1,35E-003	5,00	7,83E-004	5,50	1,35E-003	6,00	7,83E-004

